

# 基于直升机悬停时桨叶气弹稳定性优化研究

王红州, 刘 勇, 张呈林

(南京航空航天大学直升机旋翼动力学国家重点实验室, 南京 210016)

**摘要:** 本文通过对直升机悬停时旋翼挥舞、摆振运动微分方程的分析, 判断出旋翼桨叶气弹稳定性运动条件。提出了在多约束条件下的敏度分析方法, 使用不同优化方法对模型参数进行优化研究。结果表明, 在气弹稳定性、自转惯量和振动固有频率等多约束条件下, 自转惯量提高到原来的1.12倍, 桨叶重量减少4.4%~12.3%, 优化性能良好。

**关键词:** 直升机工程; 桨叶气弹稳定性; 设计参数; 敏度分析; 自转惯量

**中图分类号:** V212.13 **文献标识码:** A **文章编号:** 1674-2850(2008)05-0158-5

## The helicopter blades aeroelastic stability optimization in hover

WANG Hongzhou, LIU Yong, ZHANG Chenglin

(National Key Laboratory of Rotorcraft Aeromechanics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

**Abstract:** This paper analyzes the different equations for the rotor flap and lag motion in hover, from which it can judge aeroelastic stability. It provided the sensitivity analysis method under the condition of multiple constraints, and realizes the optimization of the blade designing parameter model with different optimal methods. At last, compared the result of optimization to the model designed before, it identified that the optimum solution results in a 4.4%~12.3% reduction of the total mass of the rotor blade as well as an increasing in the peak-to-peak blade autorotational inertia of 1.12 times, with which constraints were imposed on blade rotating frequencies, autorotational inertia, aeroelastic stability and so on.

**Key words:** helicopter engineering; blade areoelastic stability; designing parameters; sensitivity analysis; autorotational inertia

## 0 引言

直升机桨叶气弹稳定性分析是进行直升机旋翼稳定性研究的基础<sup>[1]</sup>。近年来, 对直升机旋翼气弹稳定性研究, 大多是从特殊的飞行状态开始的<sup>[2~8]</sup>。由于直升机桨叶的振动特性(固有频率、固有振型)对稳定性有重要影响, 因而旋翼气弹模型须满足相应的振动特性要求<sup>[1]</sup>。由于直升机桨叶在设计中存在较多的设计变量和多约束条件, 要实现桨叶气弹稳定性, 对于多变量多约束的情况下, 使用优化是解决该问题的很好方法<sup>[4,6]</sup>。

本文通过对旋翼气弹分析模型编程, 集成在优化模块中实现桨叶的气弹稳定性优化。其方式是通过优化迭代来改变桨叶设计参数, 从而改变桨叶的固有频率等影响稳定性的重要因素, 使桨叶在稳定性前提下的目标参数达到最优。

## 1 旋翼稳定性运动微分方程推导与分析

### 1.1 推导过程中用到的主要符号

$\beta_0$ 为悬停锥度角;  $C_d$ 为阻力系数;  $C_T$ 为拉力系数;  $K_{\beta\beta}$ 为变距—挥舞耦合系数;  $K_{\beta\zeta}$ 为变距—摆

基金项目: “十一五”航空预研; 国家重点实验室基金

作者简介: 王红州(1977—), 男, 博士研究生, 主要研究方向: 旋翼气弹动力学优化

通信联系人: 张呈林, 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 直升机动力学与设计、直升机旋翼动力学设计与优化。

E-mail: zclntae@nuaa.edu.cn

振耦合系数； $Q_{tw}$ 为扭度； $e$ 为等效铰外伸量； $\gamma$ 为洛克数； $\omega_\xi$ 为摆振固有频率； $\omega_\beta$ 为挥舞固有频率。

### 1.2 悬停状态下的气动力系数

$$M_\theta = \frac{1}{8}; M_\beta = -\frac{1}{8}; M_\beta = M_\xi = Q_\beta = Q_\xi = 0; M_\xi = -\left[\frac{3}{2}\frac{C_T}{6\alpha} + \frac{5}{24}\lambda_{HP} + \frac{Q_{tw}}{80}\right];$$

$$Q_\theta = \frac{\lambda_{HP}}{6}; Q_\beta = \frac{3}{4}\frac{C_T}{6\alpha} - \frac{7}{48}\lambda_{HP} + \frac{Q_{tw}}{160}; Q_\xi = -\left[\lambda_{HP}\left(\frac{C_T}{6\alpha} + \lambda_{HP}\right) + \frac{C_d}{4\alpha}\right]$$

### 1.3 公式推导

假设旋翼桨叶挥舞模态为纯挥舞平面位移以及摆振模态为纯旋转平面位移，运动方程如下<sup>[1]</sup>：

$$I_\beta^* (\ddot{\beta} + W_{\beta\beta}^2\dot{\beta}) - I_{\beta\xi}^* 2\beta_0\dot{\xi} = \gamma \int_0^1 \eta_\beta \frac{F_z}{ac} dr = \gamma M_F$$

$$I_\xi^* (\ddot{\xi} + C_\xi^* \dot{\xi} + W_{\xi\xi}^2\xi) + I_{\beta\xi}^* 2\beta_0\dot{\beta} = \gamma \int_0^1 \eta_\xi \frac{F_x}{ac} dr = \gamma M_L$$

空气动力挥舞力矩与空气动力摆振力矩表达式如下：

$$M_F = M_\theta(-K_{\rho\beta}\dot{\beta} - K_{\rho\beta}\xi) + M_{\beta\dot{\beta}}\dot{\beta} + M_{\beta\xi}\dot{\xi} + M_{\beta\beta}\beta + M_{\beta\xi}\xi$$

$$M_Q = Q_\theta(-K_{\rho\beta}\dot{\beta} - K_{\rho\beta}\xi) + Q_{\beta\dot{\beta}}\dot{\beta} + Q_{\beta\xi}\dot{\xi} + Q_{\beta\beta}\beta + Q_{\beta\xi}\xi$$

通过上述公式，直升机悬停时，旋翼挥舞与摆振运动的微分方程为：

$$\begin{bmatrix} I_\beta^* & 0 \\ 0 & I_\xi^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \xi \end{Bmatrix}'' + \begin{bmatrix} -\gamma M_\beta & -\gamma M_\xi - 2I_{\beta\xi}^*\beta_0 \\ -\gamma Q_\beta + 2\beta_0 & -\gamma Q_\xi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \xi \end{Bmatrix}' + \begin{bmatrix} I_\beta^* \omega_\beta^2 + \gamma M_\theta K_{\rho\beta} & K_{\rho\xi} \gamma M_\theta \\ \gamma Q_\theta K_{\rho\beta} & I_\xi^* \omega_\xi^2 + \gamma Q_\theta K_{\rho\xi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \xi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

利用 Laplace 变量 S (由于是悬停，故空气动力系数为常数)，则运动方程为：

$$\begin{bmatrix} (I_\beta^* S^2 - \gamma M_\beta S + I_\beta^* \omega_\beta^2 + K_{\rho\beta} \gamma M_\theta) - (\gamma M_\xi S + 2I_{\beta\xi}^* \beta_0 S - K_{\rho\xi} \gamma M_\theta) \\ (-\gamma Q_\beta S + 2I_{\beta\xi}^* \beta_0 S + \gamma K_{\rho\beta} Q_\theta) & (I_\xi^* S^2 - \gamma Q_\xi S + I_\xi^* \omega_\xi^2 + \gamma Q_\theta K_{\rho\xi}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \xi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

特征方程为：

$$(I_\beta^* S^2 - \gamma M_\beta S + I_\beta^* \omega_\beta^2 + K_{\rho\beta} \gamma M_\theta)(I_\xi^* S^2 - \gamma Q_\xi S + I_\xi^* \omega_\xi^2 + \gamma Q_\theta K_{\rho\xi}) + (\gamma M_\xi S + 2I_{\beta\xi}^* \beta_0 S - K_{\rho\xi} \gamma M_\theta)(-\gamma Q_\beta S + 2I_{\beta\xi}^* \beta_0 S + \gamma K_{\rho\beta} Q_\theta) = 0$$

令  $b_1 = I_\beta^*$  ;  $b_2 = -\gamma M_\beta$  ;  $b_3 = I_\beta^* \omega_\beta^2 + K_{\rho\beta} \gamma M_\theta$  ;  $b_4 = I_\xi^*$  ;  $b_5 = -\gamma Q_\xi$  ;  $b_6 = I_\xi^* \omega_\xi^2 + \gamma Q_\theta K_{\rho\xi}$  ;  $b_7 = \gamma M_\xi + 2I_{\beta\xi}^* \beta_0$  ;  $b_8 = -\gamma K_{\rho\xi} \gamma M_\theta$  ;  $b_9 = -\gamma Q_\beta + 2I_{\beta\xi}^* \beta_0$  ;  $b_{10} = -\gamma K_{\rho\beta} Q_\theta$ 。

其中， $I_\beta^* = I_\beta/I_b = \frac{\int_0^1 m\eta^2 dr}{\int_0^1 m r^2 dr}$  ;  $I_\xi^* = I_\xi/I_b = \frac{\int_0^1 m\eta^2 dr}{\int_0^1 m r^2 dr}$  ;

$$I_{\beta\xi}^* = I_{\beta\xi}/I_b = \frac{\int_0^1 m\eta^2 dr}{(1-e)\int_0^1 m r^2 dr}$$

得到一个四次方程：

$$A_1 S^4 + A_2 S^3 + A_3 S^2 + A_4 S + A_5 = 0$$

其中  $A_1 = b_1 b_4$ ;  $A_2 = b_1 b_5 + b_2 b_4$ ;  $A_3 = b_1 b_6 + b_3 b_4 + b_2 b_5 + b_7 b_9$ ;  $A_4 = b_3 b_5 + b_2 b_6 + b_7 b_{10} + b_8 b_9$ ;  $A_5 = b_3 b_6 + b_8 b_{10}$

### 1.4 微分方程根的分析

一般说来, 系统参数平面上, 所有根具有负实部的区域其运动是稳定的, 而一个根或几个根有正实部的区域, 其运动是不稳定的。如下列判断结果:

特征方程有以下两对复根:  $w_1 = a_1 \pm ib_1$  (挥舞面)

$w_2 = a_2 \pm ib_2$  (摆振面)

根的实部表示振幅衰减系数, 当  $a > 0$  时, 将发生不稳定运动; 当  $a = 0$  时, 处于临界状态; 当  $a < 0$  时, 处于稳定运动状态。

虚部则决定振动的固有频率。

## 2 优化算法及优化过程

本文使用常用的序列二次优化和多岛遗传算法, 近似模型的序列二次优化与近似模型的多岛遗传算法进行优化对比, 其优化过程如图1所示。

## 3 优化算例

### 3.1 优化定义

对于所推导的铰接式旋翼气弹稳定性模型, 在优化中目标是桨叶质量, 以气弹稳定性系数、固有频率为约束条件, 以质量分布、当量铰偏置量、预锥角和桨叶预扭角为设计变量。即: 目标函数  $MinM(x)$ , 其中

$$M = \sum_{i=1}^N m_i, N = 1, 2, 3 \dots 8, 9, 10$$

设计变量及约束函数约束范围包括:

$$0.03 \leq e \leq 0.05, 10 \leq \tilde{\omega}_{\beta 1} \leq 1.08, 0.3 \leq \tilde{\omega}_{\beta 2} \leq 0.5, -0.14 \leq Q_w \leq 0, 0 \leq \beta_0 \leq 0.087, 10.0 \leq m_1 \leq 12.0, 3.8 \leq m_2 \leq 5.2, 2.6 \leq m_3 \leq 3.2, 1.35 \leq m_4 \leq 1.65, 1.2 \leq m_5 \leq 1.4, 1.05 \leq m_6 \leq 1.3, 0.8 \leq m_7 \leq 1.0, 1.2 \leq m_8 \leq 1.45, 2.0 \leq m_9 \leq 2.4, 0.3 \leq m_{10} \leq 0.5, -1 \leq K_{P\beta} \leq 1, -1 \leq K_{P\dot{\beta}} \leq 1, a_i < 0$$

所建立模型简图如图2、图3所示。

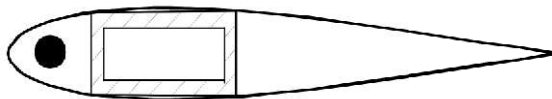


图2 桨叶剖面图  
Fig.2 Rotor blade cross section

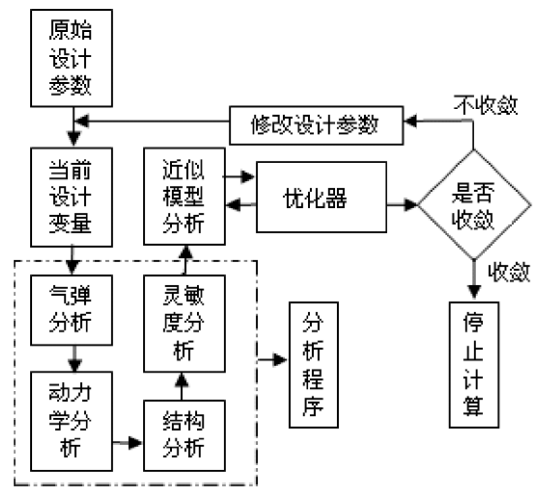


图1 优化循环流程图  
Fig.1 Flow chart of optimization procedure

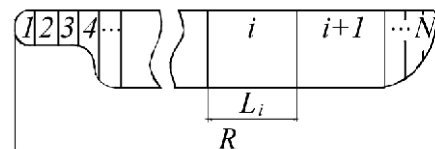


图3 经过分段的桨叶  
Fig.3 Discretized rotor planform

### 3.2 优化的实现

通过编程来实现运动模型的集成优化。优化方法选用序列二次优化法 (NLPQL) 和多岛遗传算法 (multi-island genetic algorithm) 进行对比, 模型采用近似模型 Response Surface Model 与实际模型进行对比, 优化结果如表1所示:

表 1 优化结果对照表  
Tab.1 Optimization result versus reference data

迭代次数	序列二次优化结果	多岛遗传算法 优化结果	近似模型序列二次 优化结果	近似模型多岛 遗传优化结果
原始数据	136	1 000	401	7 021
$e=0.04$	$e=0.05$	$e=0.049\ 934\ 78$	$e=0.05$	$e=0.046\ 687\ 11$
$Q_{av}=-0.07$	$Q_{av}=-0.076\ 68$	$Q_{av}=-0.076\ 953$	$Q_{av}=-0.087\ 5$	$Q_{av}=-0.072\ 04$
$\beta_0=0.045$	$\beta_0=0.038\ 311$	$\beta_0=0.023\ 489$	$\beta_0=0.056\ 25$	$\beta_0=0.043\ 63$
$m_1=12.0$	$m_1=10.0$	$m_1=11.569\ 089\ 5$	$m_1=10.001$	$m_1=11.085$
$m_2=5.2$	$m_2=4.175\ 61$	$m_2=4.431\ 963\ 39$	$m_2=3.8$	$m_2=3.925$
$m_3=3.18$	$m_3=2.6$	$m_3=2.857\ 569\ 93$	$m_3=3.2$	$m_3=2.605\ 39$
$m_4=1.64$	$m_4=1.35$	$m_4=1.576\ 884\ 08$	$m_4=1.35$	$m_4=1.569$
$m_5=1.22$	$m_5=1.2$	$m_5=1.236\ 153\ 15$	$m_5=1.2$	$m_5=1.239$
$m_6=1.1$	$m_6=1.05$	$m_6=1.065\ 299\ 79$	$m_6=1.05$	$m_6=1.051$
$m_7=0.81$	$m_7=0.8$	$m_7=0.815\ 651\ 06$	$m_7=0.8$	$m_7=0.804$
$m_8=1.246$	$m_8=1.45$	$m_8=1.392\ 811\ 35$	$m_8=1.346\ 771$	$m_8=1.254\ 8$
$m_9=2.30$	$m_9=2.4$	$m_9=2.375\ 877\ 23$	$m_9=2.4$	$m_9=2.398\ 7$
$m_{10}=0.4$	$m_{10}=0.5$	$m_{10}=0.484\ 400\ 2$	$m_{10}=0.5$	$m_{10}=0.46$
$a_1=-2.747\ 492$	$a_1=-2.801\ 607$	$a_1=-2.790\ 735$	$a_1=-2.851\ 143$	$a_1=-2.776\ 7$
$a_2=-2.747\ 492$	$a_2=-2.801\ 607$	$a_2=-2.790\ 735$	$a_2=-2.851$	$a_2=-2.776\ 7$
$a_3=-0.053\ 150$	$a_3=-0.052\ 615$	$a_3=-0.052\ 337$	$a_3=-0.051\ 9$	$a_3=-0.053\ 9$
$a_4=-0.053\ 150$	$a_4=-0.052\ 615$	$a_4=-0.052\ 337$	$a_4=-0.051\ 9$	$a_4=-0.053$
$\omega_\xi=0.2844$ (violates LowerBound=0.3)	$\omega_\xi=0.304\ 566$	$\omega_\xi=0.307\ 096$	$\omega_\xi=0.300\ 000$	$\omega_\xi=0.301\ 903$
$\omega_\beta=1.030\ 74$	$\omega_\beta=1.037\ 2$	$\omega_\beta=1.037\ 80$	$\omega_\beta=1.038\ 3$	$\omega_\beta=0.035\ 6$
$I_b=66.830\ 890$	$I_b=74.898\ 233$	$I_b=72.572\ 755$	$I_b=70.809\ 67$	$I_b=67.002\ 265$
$I_\beta=84.487\ 7$	$I_\beta=92.909\ 0$	$I_\beta=90.377\ 41$	$I_\beta=88.313\ 9$	$I_\beta=83.936\ 8$
$M=29.10$	$M=25.53$	$M=27.81$	$M=25.65$	$M=26.37$

注：上表优化过程中，单位统一使用国际单位

### 3.3 优化结果的比较分析

通过同一分析模型的不同优化方法、优化结果的对比可知：稳定性系数  $a_i$  结果相当，在约束条件的范围内都能满足稳定性条件。说明在满足各约束条件的情况下，优化性能良好，满足直升机悬停气弹稳定性。同时，与原模型相比，序列二次优化算法使目标函数质量减少 12.3%，多岛遗传算法质量减少 4.4%，近似序列二次优化质量减少 11.9%，近似多岛遗传算法质量减少 9.4%。质量的总体分布是桨叶根部质量减小，桨尖质量分布有所增加。同时要满足桨叶目标函数质量最小及约束条件自转惯量的最小值及应力水平，旋翼桨叶桨尖处质量又不能过大，适度的质量分布才能够达到目标及约束同时最优的目的。

### 3.4 敏感度分析

优化过程采用近似模型（多项式响应面模型）具有良好的连续性和可导性，能较好地去除数字噪声的影响，极易实现寻优。根据多项式中各分量的系数大小，可以判断各项参数对整个系统响应影响的大小（敏感度分析），如图 4、图 5 所示。

由图 4、图 5 知道，影响  $a_1$  的主要因素是  $m_6$ 、 $m_8$  的质量分布和等效铰外伸量  $e$ 。影响  $a_3$  的因素主要是  $m_8$  和  $m_6$  的质量分布。同时说明，对于多目标优化，各目标影响系数的大小往往不同，这些设计影响关键因素是分析和设计的重点。

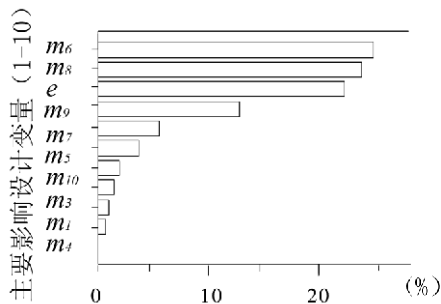


图4 设计参数对稳定性系数  $a_1$  的影响 (%)

Fig. 4 Designing parameters effects on blade stability  $a_1$

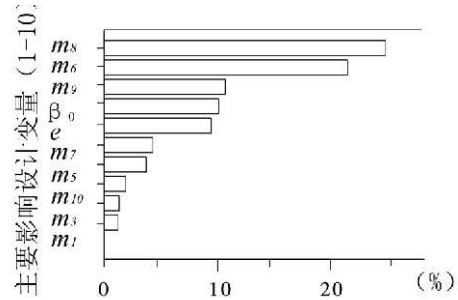


图5 设计参数对稳定性系数  $a_3$  的影响 (%)

Fig. 5 Designing parameters effects on blade stability  $a_3$

## 4 结论

本文通过对直升机特殊飞行状态——悬停时的动力学分析，建立旋翼悬停气动力模型，判断出稳定性约束条件；进行了模型编程，借助不同优化方法和近似模型对比进行模型的优化。本文建模方法、灵敏度分析方法和优化算法的应用具有一定工程使用价值，对研究直升机的其它飞行状况及其它结构的优化设计也具有重要的参考价值。此外，本文使用的建模方法、灵敏度分析及优化算法同样可以用于分析研究直升机旋翼动力学的前飞等其它飞行状态。本文对悬停动力学建立的模型简单，调频主要通过分布质量等设计变量来完成，考虑复杂动力学模型和多设计变量也是以后要继续的工作。

### [参考文献] (References)

- [1] JOHNSON W. Helicopter theory[M]. Princeton: Princeton University Press, 1980.
- [2] 向锦武, 张晓谷. 直升机旋翼桨叶气弹优化减振设计方法[J]. 航空动力学报, 1999, 14 (2): 212~215.  
XIANG J W, ZHANG X G. Helicopter rotor blade aeroelastic optimization for vibration reduction[J]. Journal of Aerospace Power, 1999, 14(2): 212~215. (in Chinese)
- [3] 向锦武, 张呈林, 王适存. 低振动旋翼桨叶的动力学优化设计[J]. 航空动力学报, 1996, 11 (2): 125~128.  
XIANG J W, ZHANG C L, WANG S C. Low vibration rotor blade dynamic optimization designing[J]. Journal of Aerospace Power, 1996, 11(2): 125~128. (in Chinese)
- [4] 向锦武, 郭俊贤, 张晓谷. 直升机减振的旋翼桨叶优化设计研究综述[J]. 北京航空航天大学学报, 2001, 27 (1): 32~35.  
XIANG J W, GUO J X, ZHANG X G. Helicopter blades optimization designing for vibration reduction-a summary [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics & astronautics, 2001, 27(1): 32~35. (in Chinese)
- [5] GUO J X, XIANG J W. Composite rotor blade design optimization for vibration reduction with aero-elastic constraints[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2004, 17(3): 152~158.
- [6] ADELMAN H M, MANTAY W R. Integrated multidisciplinary design optimization of rotorcraft[R]. Langler Research Center Hampton, Virginia: NASA-TM-101642, National Aeronautics and Space Administration, 1989.
- [7] GHIRINGHELLI G L, LANZ M. Dynamic optimization of bearingless helicopter rotors[M]. Italy: Politecnico di Mila-no Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale via C Golgi, 40, 1997.
- [8] FANGOY D W. Aerodynamic shape and structural topology design of helicopter rotor cross-sections using a genetic algorithm[D]. UMI: Purdue University Graduate School, 2001.