桥梁断面气动导数识别的三自由度强迫振动频域法

陈政清，牛华伟

（湖南大学风工程试验研究中心，长沙 410082）

摘要：本文介绍了新开发的完全数控三自由度强迫振动装置，通过三次单自由度试验和一次耦合振动试验研究了桥梁断面 18 个气动导数识别的频域方法。通过平板断面的气动导数识别验证了 FFT 方法和本文提出的 CORR 算法识别气动导数的有效性，并对流线型箱梁断面的 18 个气动导数进行了识别。

关键词：桥梁工程；气动导数；强迫振动法；频域法；三自由度

中图分类号：U441.2　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1674-2850(2008)05-0205-9

Three degree-of-freedom forced vibration frequency domain method for identification of aerodynamic derivatives of bridge decks

CHEN Zhengqing，NIU Huawei

(*Wind Engineering Research Center of Hunan University*，*Changsha* 410082)

Abstract：A completely numeral-controlled 3-DOFs forced vibration device was introduced. The frequency method for identification of 18 aerodynamic derivatives of the bridge deck was studied by three times 1-DOF test and one time 3-DOFs test. The effectiveness of the FFT method and the developed CORR algorithm is investigated by the identification of a thin-plate sectional model. The 18 aerodynamic derivatives of a streamline box girder were also identified.

Key words：bridge engineering；aerodynamic derivatives；forced vibration method；frequency domain method；three degrees of freedom

0 引言

桥梁断面的气动导数主要通过试验方法得到，按照模型的振动形式可以分为自由振动法和强迫振动法。与自由振动法相比，强迫振动法识别过程简单、信号的信噪比高、气动导数的识别范围更广且具有更高的识别精度。故早在 1966 年 Ukeguchi 就开始把强迫振动测力法应用于桥梁断面的气动导数识别[1]。在国内，作者率先开发了两自由度强迫振动装置，并对气动导数识别的强迫振动频域法和时域法进行了研究[2~3]，其通过频域 FFT 方法和时域最小二乘法识别了三种断面的气动导数，且两种方法的识别结果具有很好的一致性。2006 年，同济大学郭震山研究了桥梁断面 18 个气动导数识别的三自由度强迫振动法[4]，他提出了通过零风速数据求取强迫振动中非气动力与运动信号之间的系数矩阵，利用这一矩阵求取自激力时程的方法，提高了强迫振动时域法的识别精度，但他认为由于强迫振动的实际振动频率和预设频率之间的偏差所导致的非整周期采样会成为频域 FFT 识别方法的缺陷，影响频域法的识别精度。

本文先介绍新开发的完全数控三自由度强迫振动系统，然后通过三自由度强迫振动试验来研究桥梁断面 18 个气动导数识别的频域方法。

1 三自由度强迫振动装置

新开发的三自由度强迫振动系统通过三个伺服电机驱动模型发生竖向、侧向及扭转自由度的运动，

基金项目：国家自然科学基金（50478051）；高等学校博士学科点专项科研基金（20040532019）

作者简介：陈政清（1947—），男，教授，博士生导师，桥梁工程 985 首席科学家，主要研究方向：大跨度桥梁抗风抗震与振动控制.
E-mail：zqchen@hnu.cn

通过控制程序可以实现三个自由度的单自由度振动、两自由度耦合振动及三自由度耦合振动共7种运动形式，该机械驱动系统的工作原理及运动合成结构分别如图1和图2所示。由图2可知，电机的运动将通过机械正弦机构转化为模型的正弦运动。该强迫振动系统各自由度的运动频率为0.1～3 Hz，各自由度的振动幅值分级可调，试验时模型各自由度之间的耦合、振动频率、起点相位等均能通过程序调节控制。该强迫振动装置跨风洞内外安装在湖南大学风洞实验室，并通过电机在风洞内上下升降，如图3所示。

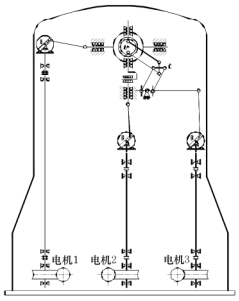


图1 机械驱动系统工作原理图
Fig.1 The map of the principle of the driven system

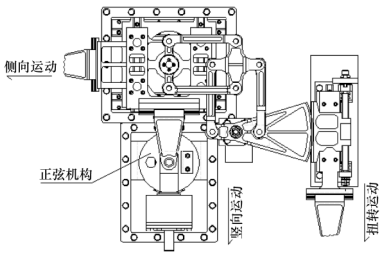


图2 运动合成机构示意图
Fig.2 The sketch map of motion combination system

图3 安装在风洞内的强迫振动装置
Fig.3 The forced vibration device fixed in the wind tunnel

强迫振动系统通过模型两端的五分量天平与模型刚性连接，并驱动天平与模型一起运动。作用在模型上的动态荷载通过五分量天平获得，而模型运动的位移信号则通过设置的光电编码器测量，其过程是先读取编码器的反馈脉冲数，然后通过D/A转换生成模拟信号，再通过数采系统与力信号同步记录。

与现有强迫振动装置相比，本文新开发的装置具有以下特点：

（1）通过伺服电机和数字编码器实现了完全数控的强迫振动系统；

（2）通过机械的正弦结构实现了三个自由度方向上无理论误差的正弦运动；

（3）通过数字编码器的反馈信号实现了模型运动位移信号的测量。

2 气动导数识别的三自由度强迫振动频域法

节段模型发生三自由度强迫振动时，作用在其上的气动自激力为

$$L_{se}=\rho U^2B\left[K_hH_1^*\frac{\dot{h}}{U}+K_\alpha H_2^*\frac{B\dot{\alpha}}{U}+K_\alpha^2H_3^*\alpha+K_h^2H_4^*\frac{h}{B}+K_pH_5^*\frac{\dot{p}}{U}+K_p^2H_6^*\frac{p}{B}\right] \tag{1a}$$

$$D_{se}=\rho U^2B\left[K_pP_1^*\frac{\dot{p}}{U}+K_\alpha P_2^*\frac{B\dot{\alpha}}{U}+K_\alpha^2P_3^*\alpha+K_p^2P_4^*\frac{p}{B}+K_hP_5^*\frac{\dot{h}}{U}+K_h^2P_6^*\frac{h}{B}\right] \tag{1b}$$

$$M_{se}=\rho U^2B^2\left[K_hA_1^*\frac{\dot{h}}{U}+K_\alpha A_2^*\frac{B\dot{\alpha}}{U}+K_\alpha^2A_3^*\alpha+K_h^2A_4^*\frac{h}{B}+K_pA_5^*\frac{\dot{p}}{U}+K_p^2A_6^*\frac{p}{B}\right] \tag{1c}$$

式中，ρ为空气密度；B为主梁宽度；U为来流风速；$K_i=\omega_iB/U$（$i=h$，p，α）为与各向运动相关的折算频率；h、p、a分别为节段模型竖向、侧向与扭转运动的位移；H_i^*、P_i^*、A_i^*（$i=1$，2，…，6）为与各气动力相关的气动导数。

因模型各自由度均为稳态简谐运动，故有

$$\dot{h}=i\omega_hh \qquad \dot{p}=i\omega_pp \qquad \dot{\alpha}=i\omega_\alpha\alpha \tag{2}$$

将式（2）代入式（1a）～式（1c）并整理可得

$$L_{se}=\rho U^2B\left[K_h^2H_1^*\ \frac{h}{B}i+K_\alpha^2H_2^*\alpha i+K_\alpha^2H_3^*\alpha+K_h^2H_4^*\ \frac{h}{B}+K_p^2H_5^*\ \frac{p}{B}i+K_p^2H_6^*\ \frac{p}{B}\right] \tag{3a}$$

$$D_{se}=\rho U^2B\left[K_p^2P_1^*\ \frac{p}{B}i+K_\alpha^2P_2^*\alpha i+K_\alpha^2P_3^*\alpha+K_p^2P_4^*\ \frac{p}{B}+K_h^2P_5^*\ \frac{h}{B}i+K_h^2P_6^*\ \frac{h}{B}\right] \tag{3b}$$

$$M_{se}=\rho U^2B^2\left[K_h^2A_1^*\ \frac{h}{B}i+K_\alpha^2A_2^*\alpha i+K_\alpha^2A_3^*\alpha+K_h^2A_4^*\ \frac{h}{B}+K_p^2A_5^*\ \frac{p}{B}i+K_p^2A_6^*\ \frac{p}{B}\right] \tag{3c}$$

把式（3a）～式（3c）两端的气动力和位移信号分别进行 FFT 变换并按照实部和虚部分离，然后按照频率相关的项对应相等整理可得各气动导数的关系式为

$$\begin{aligned}
&H_1^*=\frac{1}{\rho B^2h_0\omega_h^2}\mathrm{Im}\left[L'(f_h)\right] \quad H_4^*=\frac{1}{\rho B^2h_0\omega_h^2}\mathrm{Re}\left[L'(f_h)\right] \quad P_5^*=\frac{1}{\rho B^2h_0\omega_h^2}\mathrm{Im}\left[D'(f_h)\right]\\
&P_6^*=\frac{1}{\rho B^2h_0\omega_h^2}\mathrm{Re}\left[D'(f_h)\right] \quad A_1^*=\frac{1}{\rho B^3h_0\omega_h^2}\mathrm{Im}\left[M'(f_h)\right] \quad A_4^*=\frac{1}{\rho B^3h_0\omega_h^2}\mathrm{Re}\left[M'(f_h)\right]
\end{aligned} \tag{4a}$$

$$\begin{aligned}
&H_5^*=\frac{1}{\rho B^2p_0\omega_p^2}\mathrm{Im}\left[L'(f_p)\right] \quad H_6^*=\frac{1}{\rho B^2p_0\omega_p^2}\mathrm{Re}\left[L'(f_p)\right] \quad P_1^*=\frac{1}{\rho B^2p_0\omega_p^2}\mathrm{Im}\left[D'(f_p)\right]\\
&P_4^*=\frac{1}{\rho B^2p_0\omega_p^2}\mathrm{Re}\left[D'(f_p)\right] \quad A_5^*=\frac{1}{\rho B^3p_0\omega_p^2}\mathrm{Im}\left[M'(f_p)\right] \quad A_6^*=\frac{1}{\rho B^3p_0\omega_p^2}\mathrm{Re}\left[M'(f_p)\right]
\end{aligned} \tag{4b}$$

$$\begin{aligned}
&H_2^*=\frac{1}{\rho B^3\alpha_0\omega_\alpha^2}\mathrm{Im}\left[L'(f_\alpha)\right] \quad H_3^*=\frac{1}{\rho B^3\alpha_0\omega_\alpha^2}\mathrm{Re}\left[L'(f_\alpha)\right] \quad P_2^*=\frac{1}{\rho B^3\alpha_0\omega_\alpha^2}\mathrm{Im}\left[D'(f_\alpha)\right]\\
&P_3^*=\frac{1}{\rho B^3\alpha_0\omega_\alpha^2}\mathrm{Re}\left[D'(f_\alpha)\right] \quad A_2^*=\frac{1}{\rho B^4\alpha_0\omega_\alpha^2}\mathrm{Im}\left[M'(f_\alpha)\right] \quad A_3^*=\frac{1}{\rho B^4\alpha_0\omega_\alpha^2}\mathrm{Re}\left[M'(f_\alpha)\right]
\end{aligned} \tag{4c}$$

式中，h_0、p_0、α_0 分别为强迫振动的竖向、侧向及扭转振幅；f_i 和 ω_i（$i=h$，p，α）为强迫振动的频率及圆频率；L'、D'、M' 为复数形式的气动自激力，由下式得到

$$F'(f_i)=A_Fe^{j\Delta\varphi_j} \qquad (F=L,D,M;i=h,p,\alpha) \tag{5}$$

式中，j 为虚数因子，$j^2=-1$；A_F 为复气动自激力 $F(f_h,f_p,f_\alpha)$ 中对应频率 f_i 的复数力（即 $F(f_i)$）的幅值；$\Delta\varphi_i$ 为气动自激力 $F(f_i)$ 与对应位移在频率 f_i 处的相位差。复气动自激力 F 由风速 U 时的复数动态力和零风速下的复数动态力相减得到，即

$$F(f_h,f_p,f_\alpha)=F_{dy,U}(f_h,f_p,f_\alpha)-F_{dy,0}(f_h,f_p,f_\alpha) \tag{6}$$

气动导数求解式（4a）～式（4c）中的参数除通过 FFT 算法求得外，还可以通过力和位移信号的相关算法求得（CORR 算法）。由相关理论可以得到位移信号的自相关函数及力和位移的互相关函数，分别为

$$R_{dd}(\tau)=\frac{d_0^2}{2}\cos(\omega\tau) \tag{7}$$

$$R_{df}(\tau)=\frac{d_0f_{i0}}{2}\cos(\omega_i\tau-\Delta\varphi_i) \tag{8}$$

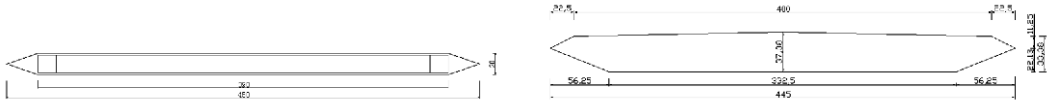
当 $\tau=0$ 时，由式（7）可求得位移的幅值 d_0，由式（8）可以求得力信号和位移信号的相位差 $\Delta\varphi$，联立两式可以求得力信号在该位移信号频率处的幅值 f_0。然后根据式（4）即可求得桥梁断面的 18 个气动导数。

以上算法原理同样可以用于两自由度耦合强迫振动和单自由度强迫振动状态下的气动导数求解。

3 典型断面的气动导数识别结果

利用以上频域法识别原理，通过单自由度振动和三自由度耦合强迫振动识别了如图 4 所示两种断

面的气动导数，两种强迫振动方式的模型振动参数相同（如表 1 所示）。试验流场为均匀流场，紊流度<0.5%。



（a）模型 PB22：薄平板断面
（a）Model PB22：thin-plate section

（b）模型 HM13：流线型箱梁模型
（b）Model HM13：streamline box girder section

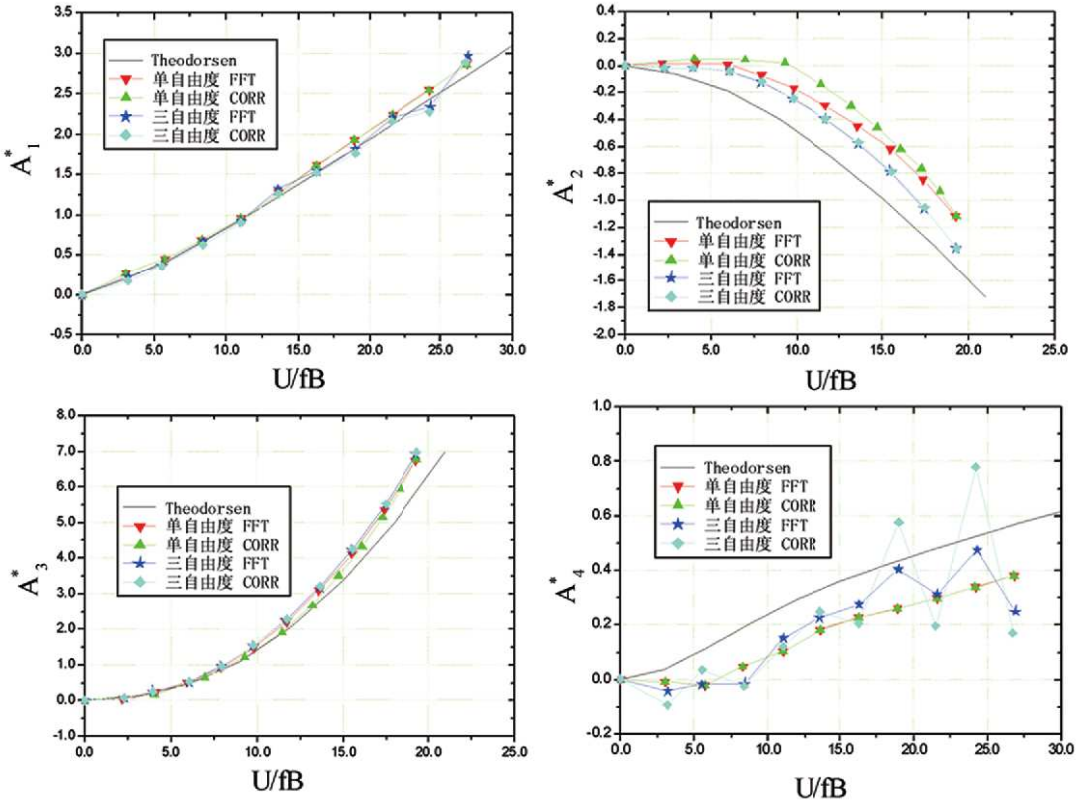
图 4　两种节段模型的断面图（单位：mm）
Fig. 4　The crossing section of two tested models (unit: mm)

表 1　节段模型强迫振动试验参数
Tab. 1　The parameter of the forced vibration test of the sectional model

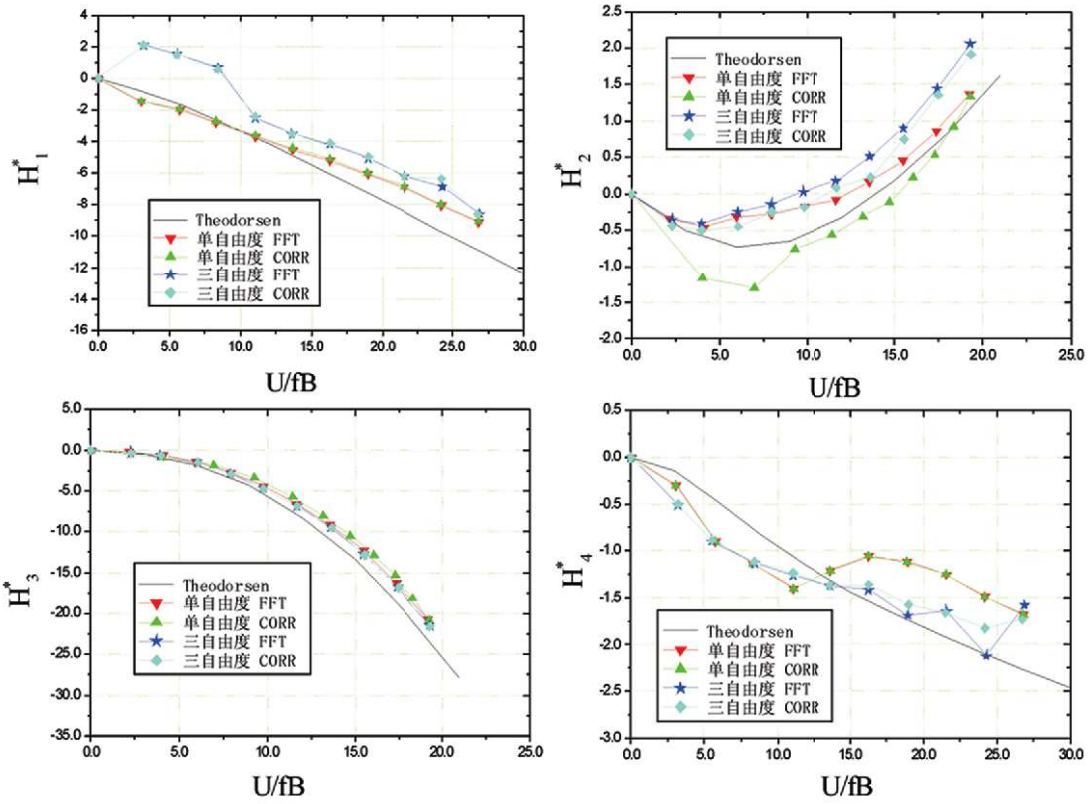
竖向振动频率：1.77 Hz	侧向振动频率：1.08 Hz	扭转振动频率：2.47 Hz
竖向振动幅值：0.012 m	侧向振动幅值：0.012 m	扭转振动幅值：2°
采样频率：204.8 Hz	采样点数：12 288	风攻角：0°

3.1　薄平板断面气动导数识别结果

薄平板断面尺寸如图 4（a）所示，其厚宽度比为 1∶22.5，两边设有风嘴以尽量减小气流的分离以模拟理论薄平板断面的绕流状态。PB22 断面在两种强迫振动运动方式下的识别结果如图 5 所示，图中只列出了与 Theodorsen 理论解对应的 8 个主要气动导数的识别结果。



（a）扭转气动导数 A_i^*
（a）The tortional aerodynamic derivatives A_i^*



（b）竖向气动导数 H_i^*

（b）The vertical aerodynamic derivatives H_i^*

图 5　薄平板断面气动导数识别结果

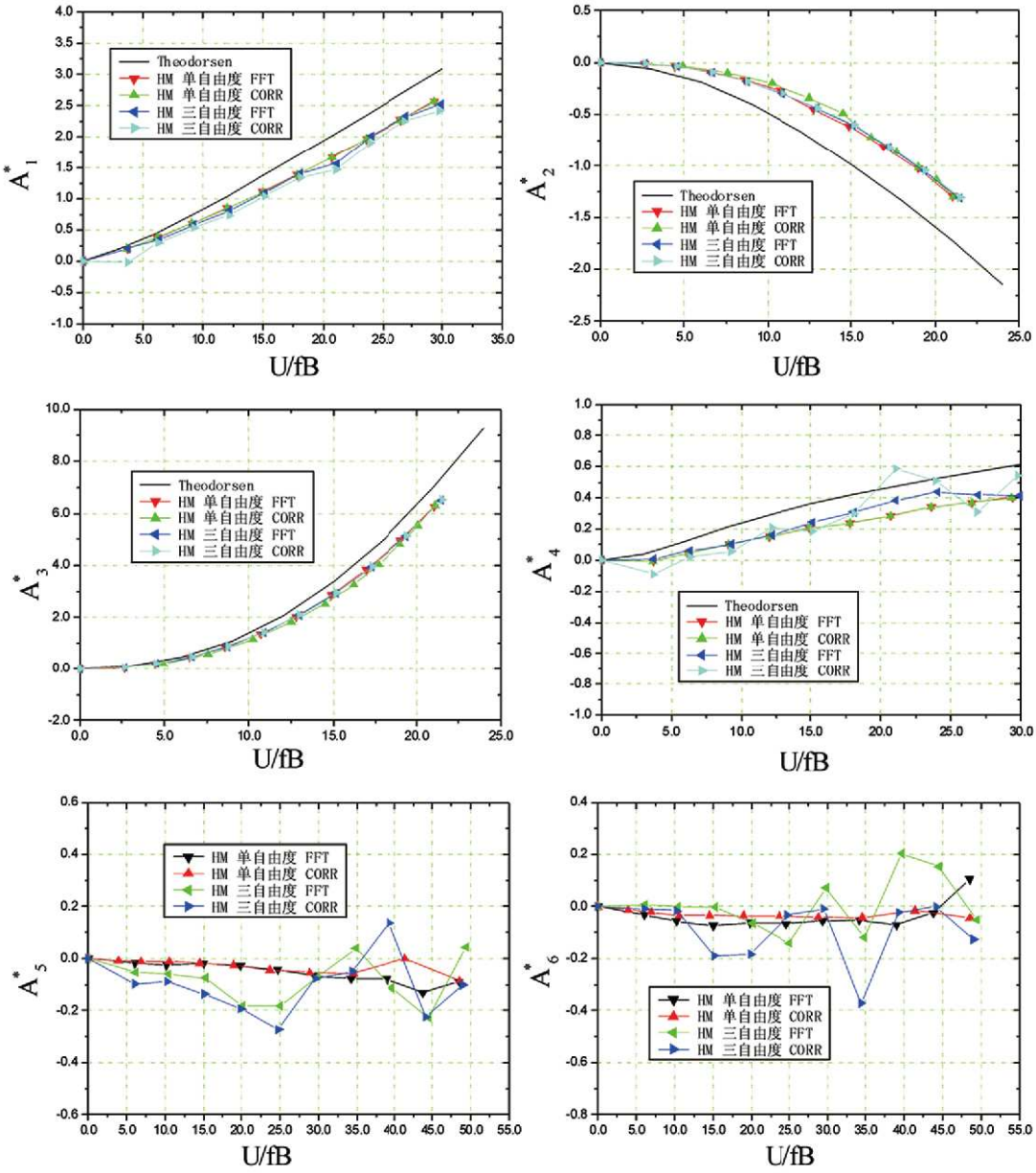
Fig. 5　The identified aerodynamic derivatives of the thin-plate model

由平板断面的气动导数识别结果可以看出：（1）平板断面的气动导数识别结果与 Theodorsen 平板理论解趋势相同且曲线很光滑，表明以上识别方法有效可行，但在数值上有一定差异，体现了实际平板模型与理想无厚度平板气动性能之间的差异；（2）模型的强迫振动方式对平板断面气动导数的识别略有影响，单自由度强迫振动和三自由度耦合强迫振动状态下识别的 A_2^*、H_2^* 导数存在一定的偏差；（3）FFT 方法和 CORR 算法对单自由度状态下的气动导数识别具有同等精度，而三自由度耦合振动状态时 CORR 算法的结果在高折减风速区略有波动。

3.2　流线型箱梁断面气动导数识别结果

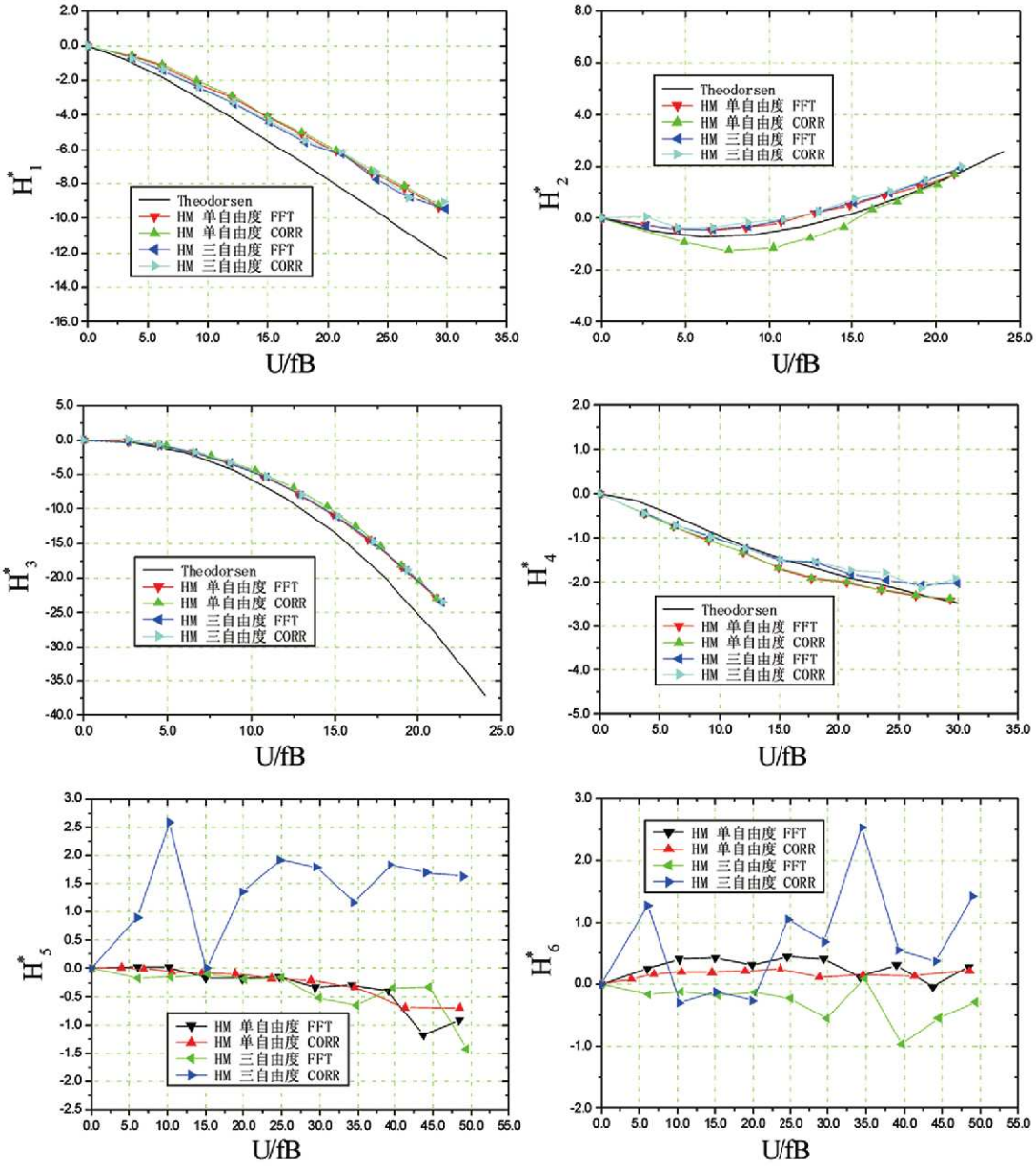
流线型箱梁断面尺寸如图 4（b）所示，按照设定参数对其进行了单自由度和三自由度耦合强迫振动测试，并通过 FFT 方法和 CORR 方法识别了该断面的 18 个气动导数，结果如图 6 所示。

由以上气动导数识别结果可以看出：（1）对于单自由度强迫振动试验，FFT 法和 CORR 法的识别结果一致，且主要气动导数曲线都很平滑，但是对于三自由度耦合振动试验，CORR 算法识别的气动导数 A_5^*、A_6^*、H_5^*、H_6^*、P_5^*、P_6^* 波动很明显，与之相比，FFT 算法的识别结果更加平滑，但是与单自由度状态识别结果相比这些气动导数的曲线更加离散；（2）在所识别的 18 个气动导数中，除 8 个主要导数 A_i^* 和 H_i^*（$i=1, 2, \cdots, 4$）具有良好的趋势性之外，侧向气动导数中 P_i^*（$i=1, 2, 3$）也具有较好的趋势性，而且 P_2^* 为负值，P_3^* 则为正值；（4）此外，小数值气动导数 A_5^*、A_6^*、H_5^*、H_6^*、P_4^*、P_6^* 由于对应的气动力分量很小，其在试验时很难准确测量，而在识别方法上也很容易受到其它干扰的影响，故识别结果比较离散。



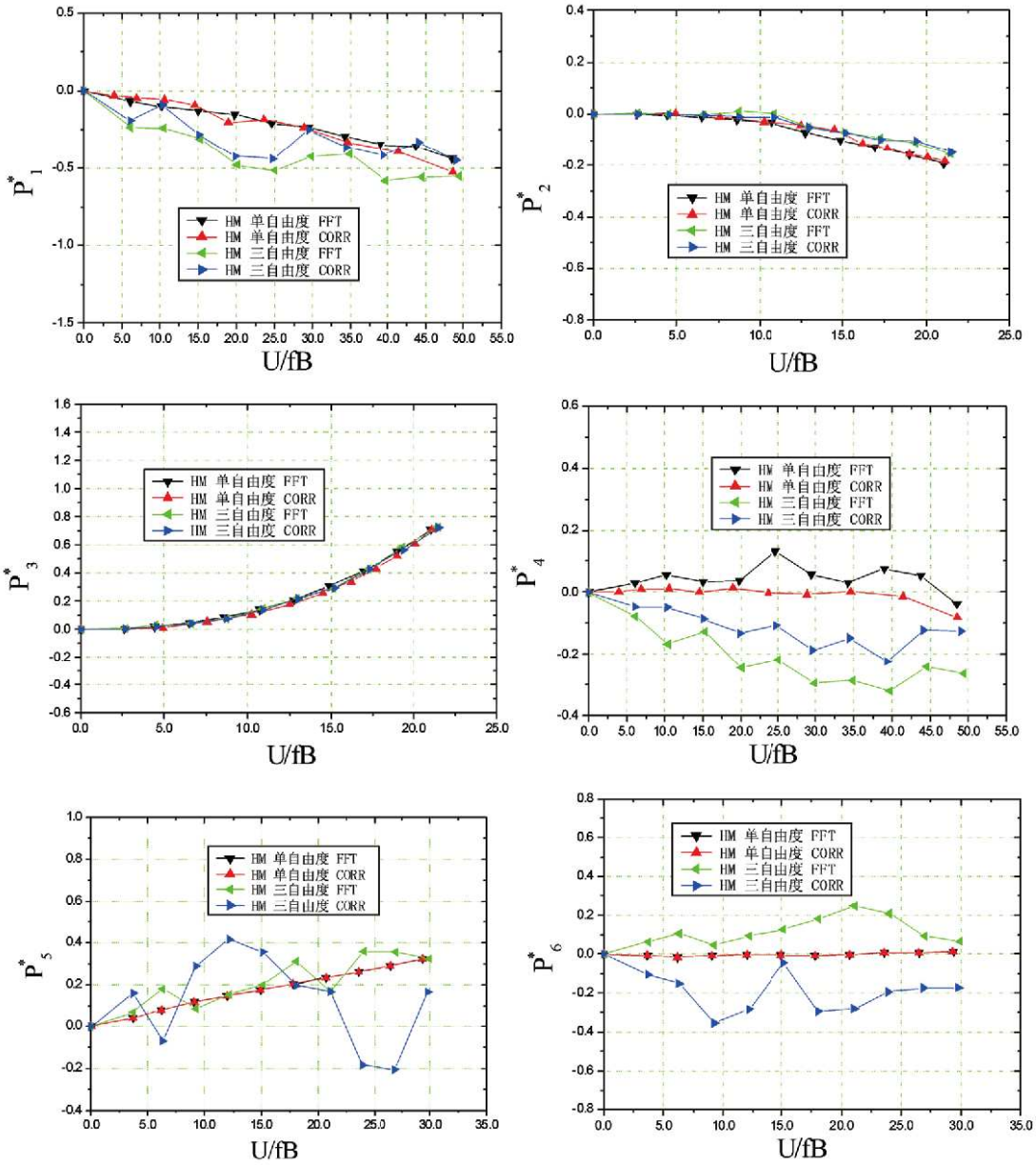
(a) 扭转气动导数 A_i^*

(a) The tortional aerodynamic derivatives A_i^*



（b）竖向气动导数 H_i^*

（b）The vertical aerodynamic derivatives H_i^*



（c）侧向气动导数 P_i^*

（c）The lateral aerodynamic derivatives P_i^*

图6 流线型箱梁断面的气动导数识别结果

Fig. 6 The identified aerodynamic derivatives of the streamline box girder

4 结论

根据本文的研究结果可以得出以下结论：

（1）本文开发的完全数控的三自由度强迫振动系统可以有效用于桥梁断面的气动导数识别，并能得到18个气动导数的合理结果；

（2）对于单自由度强迫振动状态而言，频域FFT法和CORR算法的气动导数识别结果一致，但是对于耦合振动状态，FFT法能够更好的用于绝对值较小的气动导数项的识别；

（3）本文识别的18个气动导数中，不但 A_i^* 和 H_i^*（$i=1, 2, \cdots, 4$）具有良好的趋势性，侧向

气动导数中 P_i^* （$i=1$，2，3）也具有较好的趋势性，而且 P_3^* 始终为负值而 P_2^* 则保持为正值。

[参考文献] (References)

[1] UKEGUCHI N，SAKATA H，NISHITANI H. An investigation of aeroelastic instability of suspension bridges[A]. Proceedings of International Symposium on Suspension Bridges[C]. Lisbon：1966. 273～284.

[2] 陈政清，于向东. 大跨桥梁颤振自激力的强迫振动法研究[J]. 土木工程学报，2002，35（5）：34～41.
CHEN Z Q，YU X D. The study on the forced vibration method for the flutter self-excited force of long-span bridges [J]. Journal of Civil Engineering，2002，35(5)：34～41.（in Chinese）

[3] 陈政清，胡建华. 桥梁颤振导数识别的时域法与频域法对比研究[J]. 工程力学，2005，22（6）：127～133.
CHEN Z Q，HU J H. The comparison study on the time domain method and the frequency domain method for the identification of the flutter derivatives of bridges[J]. Journal of Mechnics Engineering，2005，22(6)：127～133.（in Chinese）

[4] 郭震山. 桥梁断面气动导数识别的三自由度强迫振动法[D]. 上海：同济大学，2006.
GUO Z S. The 3-DOFs forced vibration method for the identification of the bridge decks[D]. Shanghai：Tongji University，2006.（in Chinese）