

基于 MATLAB 的二维坐标系变换

陈兆林¹, 张书毕², 冯华俊³

- (1. 国家海洋环境监测中心, 辽宁大连 116023;
2. 中国矿业大学环境与测绘学院, 江苏徐州 221008;
3. 有色金属矿产地质调查中心, 北京测绘院, 北京 100012)

摘要: 对于大范围测区的坐标转换, 如果利用同一套坐标参数进行转换会使坐标精度损失很大。本文提出一种利用 Delaunay 函数将测区分为若干个小三角形区域并分别计算各自三角形区域转换参数的坐标转换方法。利用 MATLAB 的 Delaunay 函数功能将整个测区内的已知控制点连成三角网并计算各个三角形区域内的坐标转换参数, 利用不同三角形区域内的转换参数进行二维坐标系的变换。通过对实际算例的分析表明, 该坐标转换方法精度较高, 能够满足一定区域内大比例尺地形图的精度要求。

关键词: 大地测量学与测量工程; 坐标变换; Delaunay 函数; 转换参数; MATLAB

中图分类号: P221 **文献标识码:** A **文章编号:** 1674-2850(2008)00-0671-5

Planar coordinate transformation based on MATLAB

CHEN Zhaolin¹, ZHANG Shubi², FENG Huajun³

- (1. *National Marine Environmental Monitoring Center, Dalian, Liaoning* 116023;
2. *School of Environment and Spatial Informatics, China University of Mining and Technology, Xuzhou, Jiangsu* 221008;
3. *China Non-ferrous Metals Resource Geological Survey, Beijing* 100012)

Abstract: The coordinate systems are often transformed under a set of transformation parameters, but accuracy of coordinates are low in large area. This paper introduced an coordinate transformation method, which divided the whole area into some triangulation parts by using Delaunay function and computed the transformation parameters of each parts. The coordinate transformation parameters of different triangles were computed by using the Delaunay function of MATLAB to form triangulation network with the control points of the whole area. The calculative results show that the coordinate transformative method which is put forward in this paper is high accuracy and can meet the requirement of large scale topographic map.

Key words: geodesy and survey engineering; coordinate transformation; Delaunay function; transformation parameters; MATLAB

0 引言

如果测区范围很大, 利用同一套坐标转换参数进行坐标变换会使坐标精度损失很大。本文主要以北京 54 和西安 80 平面坐标转换为例, 采用一种游动变参数的坐标变换方法, 利用 MATLAB 将局部区域的多个控制点组成 Delaunay 三角形, 分别计算各个三角形区域内的转换参数, 并利用不同三角形区域内的转换参数, 进行 54 坐标到 80 坐标的转换并进行精度评定。

1 坐标转换方法

北京 54 与西安 80 坐标系属于不同的参心空间直角坐标系, 由于只讨论二维坐标系的变换, 因此

作者简介: 陈兆林 (1981—), 男, 硕士, 主要研究方向: GPS 数据处理

通信联系人: 张书毕, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: GPS 和现代数据处理, E-mail: zhangsb@vip.sina.com

进行坐标系的变换时采用四参数法。

1.1 转换公式

由文献[1]~[2], 二维参心空间直角坐标系的坐标变换公式为

$$\begin{bmatrix} X_{80} \\ Y_{80} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix} + K \cdot \begin{bmatrix} \cos\epsilon & -\sin\epsilon \\ \sin\epsilon & \cos\epsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{54} \\ Y_{54} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, $\Delta X, \Delta Y$ 为坐标原点的平移量; K 为尺度系数; ϵ 为坐标轴需要旋转的角度。

令 $p = K \cos\epsilon, q = K \sin\epsilon$, 则上式变为

$$\begin{cases} X_{80} = \Delta X + pX_{54} - qY_{54} \\ Y_{80} = \Delta Y + qX_{54} + pY_{54} \end{cases} \quad (2)$$

上式中未知参数也为四个, 但该式为线性的, 这样使得计算和程序设计都变得相对容易。

1.2 坐标转换思想

首先测区内必须具有一定数量的控制点, 这些点都具有北京 54 和西安 80 两套坐标。以这些控制点为顶点形成 Delaunay 三角形, 从而将整个测区划分为若干个小的三角形区域。在各个三角形内, 以三角形三个顶点的两套坐标为基础, 采用最小二乘法求解各个三角形区域内的转换参数。

2 程序设计

MATLAB 在矩阵运算方面具有其它语言无法比拟的优越性。在 Delaunay 三角网的组成, 坐标转换参数的求解以及坐标转换中都需要涉及大量的矩阵求逆、相乘等运算, 因此采用 MATLAB 编程进行转换参数的求解和坐标转换可以极大的减少工作量。由于篇幅原因, 这里只给出组网函数的代码以及程序设计思想, 以下为程序设计的流程^[3]:

1) 利用 Fscanf 函数读取测区内两套控制点坐标文件, 组成 Delaunay 三角网, 组网代码为:

```
TRI = DELAUNAY(X54, Y54); %“TRI” 存储 Delaunay 三角形的顶点号
plot(Y54control, X54control, '.', 'markersize', 12);
hold on, trimesh(TRI, Y54control, X54control), hold off; % 绘制三角网
其中 X54, Y54 为程序读取的控制点北京 54 坐标。
```

2) 利用每一个三角形三个顶点的 54 和 80 坐标, 用最小二乘法计算三角形区域的坐标转换四参数并评定精度。对于每个三角形可列出 6 个方程^[4~6]

$$\text{令 } \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & X_{54} & -Y_{54} \\ 0 & 1 & Y_{54} & X_{54} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{B}_3 \end{bmatrix}$$

i 表示三角形顶点号。

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ p \\ q \end{bmatrix} \quad l_i = \begin{bmatrix} X_{80} \\ Y_{80} \end{bmatrix} \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix}$$

则误差方程为

$$\mathbf{V}_\Delta = \hat{\mathbf{B}}\mathbf{Y} - \mathbf{L} \quad (3)$$

设权阵 $P=I$ ，求出转换参数 $\hat{Y} = (B'B)^{-1}B'L$ (4)

3) 输入待转换的 54 坐标，程序判断输入点位于哪一个三角形中，并调用相应转换参数，利用式 (2) 进行坐标转换。在判别输入点落在哪个三角形中时采用的是面积比对法 (如图 1 所示)。

若点 i 落在三角形 123 内，则三角形面积 $S_{13i} + S_{12i} + S_{23i} = S_{123}$ 。若 i 落在三角形边线上，设落在边 12 上，则由 1, 2, i 三点计算出面积 $S_{12i} = 0$ ，由此可判断点 i 是否落在边线上。

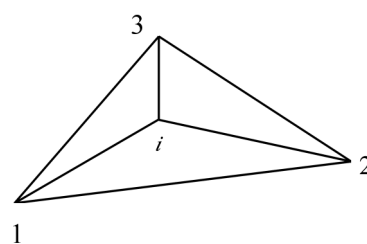


图 1 示例三角形
Fig.1 Example triangle

3 计算实例

为了检验该坐标转换方法是否适用以及程序的正确性，选取了某测区内的 12 个控制点作为基准点，这些控制点均有 54 和 80 两套坐标 (如表 1 所示)。

表 1 控制点坐标
Tab.1 Coordinate of control points

点号	控制点 54 坐标		控制点 80 坐标	
	X 坐标/m	Y 坐标/m	X 坐标/m	Y 坐标/m
1	3 804 264.300	39 510 256.521	3 804 218.011	39 510 203.802
2	3 802 610.435	39 518 807.767	3 802 564.224	39 518 755.108
3	3 792 287.607	39 527 888.848	3 792 241.458	39 527 836.339
4	3 790 568.263	39 513 669.506	3 790 521.974	39 513 616.961
5	3 782 879.813	39 516 208.301	3 782 833.530	395 16 155.850
6	3 799 842.229	39 531 444.120	3 799 796.133	39 531 391.535
7	3 778 760.802	39 503 217.304	3 778 714.380	39 503 164.855
8	3 775 227.149	39 527 560.022	3 775 180.951	39 527 507.681
9	3 788 555.620	39 538 507.060	3 788 509.567	39 538 454.637
10	3 811 082.180	39 521 809.680	3 811 036.018	39 521 756.926
11	3 795 468.266	39 498 137.263	3 795 421.846	39 498 084.601
12	3 811 977.346	39 504 049.653	3 811 931.014	39 503 996.815

控制点坐标文件以记事本文档存于 MATLAB 的 work 目录中，程序运行时自动读取坐标文件中两套坐标组成的 Delaunay 三角形，如图 2 所示。计算中，为了提高精度将 Y 坐标统一减去 395 000 00。经程序计算，各个三角形的坐标转换参数及中误差如表 2 所示。从表中可以看出计算所得的各个三角形的转换参数差别比较大，也说明用同一套转换参数进行坐标转换是不合理的。各个三角形区域的面积最大为 117 km²，最小为 38 km²，转换参数中误差均在 0.02 m 以内，能够符合 1:500 大比例尺地形图转换要求。如果测区内各个控制点间距很小，最后得到的每个三角形的面积都会很小。这样计算虽然得到的点位精度会很高，但对于整个图形的转换是不利的。因此可以根据需要，在满足精度要求的前提下逐步地扩大每个三角形的范围，利用三角形范围内的所有点来计算该三角形区域内的转换参数。

为了验证该坐标转换方法的可行性，在测区内选取了 5 个控制点作为检查点，利用程序判断检查点所在的三角形，绘出检查点图 (如图 3 所示，十字丝表示检查点点位)，并利用相对应的转换参数进行坐标转换，得到的结果如表 3 所示。

表2 计算成果表
Tab.2 Calculative results

三角形号	$\Delta X/m$	$\Delta Y/m$	K	ϵ/RAD	面积/ m^2	中误差/m
1	-59.651 0	-12.413 0	1.000 003 490 041 85	-1.03E-05	117 306 087	0.014
2	-58.980 2	-15.999 9	1.000 003 314 041 71	-1.03E-05	91 189 367	0.009
3	-57.973 1	-15.935 2	1.000 003 048 701 82	-1.03E-05	73 086 799	0.001
4	-56.328 7	-14.094 2	1.000 002 612 440 13	-1.03E-05	55 168 977	0.005
5	-56.992 6	-15.932 3	1.000 002 788 950 03	-1.03E-05	98 090 977	0.004
6	-58.108 1	-16.042 3	1.000 003 083 537 99	-1.03E-05	56 844 880	0.007
7	-58.691 3	-13.624 5	1.000 003 232 615 52	-1.03E-05	81 198 661	0.010
8	-58.705 4	-13.635 5	1.000 003 238 901 71	-1.03E-05	98 003 269	0.014
9	-57.749 0	-10.796 0	1.000 002 981 980 73	-1.03E-05	55 736 782	0.011
10	-54.126 5	-12.281 3	1.000 002 033 541 05	-1.03E-05	74 036 108	0.015
11	-60.537 7	-14.447 9	1.000 003 716 260 59	-1.03E-05	65 713 864	0.012
12	-57.423 3	-14.044 0	1.000 002 898 210 92	-1.03E-05	38 704 367	0.012
13	-59.525 1	-12.273 5	1.000 003 448 044 59	-1.03E-05	52 652 297	0.008
14	-59.716 9	-10.857 4	1.000 003 494 846 99	-1.03E-05	57 680 936	0.011
15	-60.113 6	-9.6270 9	1.000 003 596 774 16	-1.03E-05	46 742 403	0.009

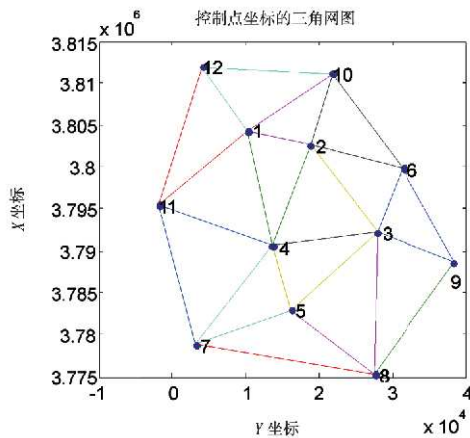


图2 控制点三角网

Fig.2 Triangulation network of control points

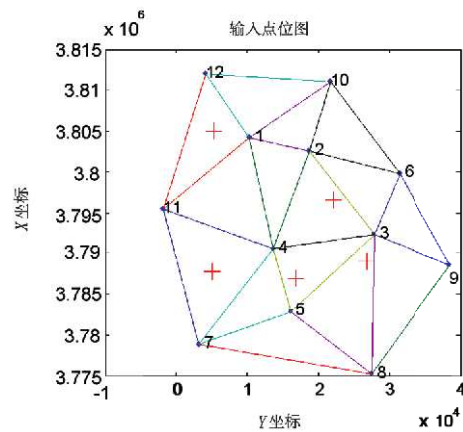


图3 检查点点位

Fig.3 Position of checking points

表3 转换成果表
Tab.3 Transformativ results

点号	点所在三角形	检查点已知 80 坐标		检查点转换得到的 80 坐标		点位误差/mm		
		X 坐标/m	Y 坐标/m	X 坐标/m	Y 坐标/m	V_x	V_y	V
1	10	3 805 022.271	39 505 328.396	3 805 022.273	39 505 328.391	2	-5	5.4
2	1	3 787 699.698	39 505 017.548	3 787 699.699	39 505 017.549	1	1	1.4
3	6	3 787 004.193	39 516 791.826	3 787 004.194	39 516 791.827	1	1	1.4
4	5	3 789 115.478	39 526 791.153	3 789 115.479	39 526 791.153	1	0	1.0
5	7	3 796 468.752	39 522 126.369	3 796 468.756	39 522 126.361	4	-8	9.0

由表3可知5个检查点转换后的点位误差均在1cm以内,对于大比例尺地形图的转换是适用的。

4 结论

通过计算实例，利用 Delaunay 函数将整个大的测区分为若干个小三角形区域分别计算各自三角形区域的转换参数，利用不同三角形区域的转换参数来进行二维坐标的转换能得到很高的转换精度，可以满足一定区域的大比例尺地形图的转换要求。同时利用该方法计算的每个三角形区域的转换参数中尺度比 K 都接近于 1，在计算中将其看作 1 来计算可以解决图形转换后同一区域面积不等的问题。

[参考文献] (References)

- [1] 孔祥元, 梅是义. 控制测量学(第二版)[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002.
KONG X Y, MEI S Y. Control surveying (Second Edition)[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2002. (in Chinese)
- [2] 张凤举, 张华海, 赵长胜, 等. 控制测量学[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1999.
ZHANG F J, ZHANG H H, ZHAO C S, et al. Control surveying[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1999. (in Chinese)
- [3] 尹泽明, 丁春利. 精通 MATLAB 6[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
YIN Z M, DING C L. Proficiency MATLAB 6[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001. (in Chinese)
- [4] 武汉大学测绘学院测量平差学科组. 误差理论与测量平差基础[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2003.
Surveying Adjustment Group of Wuhan University. Error theory and surveying adjustment[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2003. (in Chinese)
- [5] 王建弟, 张伟. 用二次多项式实现 54 坐标到 80 坐标的转换[J]. 矿山测量, 2005 (3): 29~31.
WANG J D, ZHANG W. Conversion the 54th coordinate to the 80th coordinate by using the quadratic polynomial [J]. Mine Surveying, 2005(3): 29~31. (in Chinese)
- [6] 乔连军, 韩雪培. 1954 北京坐标与 1980 西安坐标转换方法研究[J]. 测绘与空间地理信息, 2006, 29 (1): 36~43.
QIAO L J, HAN X P. A study of the coordinate transformation between Beijing 1954 and Xi-an 1980 datum[J]. Geomatics & Spatial Information Technology, 2006, 29(1): 36~43. (in Chinese)