基于 GUI 的空间障碍物碰撞预警方法研究

宋 磊，杨剑影

（北京大学湍流与复杂系统国家重点实验室，北京大学工学院，北京 100871）

摘要：针对日益恶化的空间轨道环境，为了航天器的在轨安全，研究了空间飞行器的碰撞预警问题。借鉴碰撞概率的思想，提出一套目标航天器与空间障碍物碰撞预警的新方法。这种方法利用一种简单、快速的轨道预报方法，并结合碰撞概率的思想，将目标航天器在空间的危险度进行分级量化，进而实施相应的预警策略来实现避碰，提高了目标航天器和空间障碍物碰撞预警的精确性和有效性，最后利用 Matlab 中的图形用户界面（graphical user interface，GUI）实现了整个预警过程。

关键词：航空、航天科学技术基础学科；避碰；碰撞概率；预警；轨道预测；空间障碍物

中图分类号：V11 **文献标识码**：A **文章编号**：1674-2850(2009)05-1103-8

Study on collision early warning of space obstacle based on GUI

SONG Lei，YANG Jianying

(*State Key Laboratory for Turbulence and Complex Systems*，*College of Engineering*，*Peking University*，*Beijing* 100871，*China*)

Abstract：As the total number of orbital objects increase rapidly，it is now necessary to establish certain maneuver for the spacecraft to avoid collision. This paper dealt with the collision avoidance for spacecraft. A new early warning method was developed. The method was based on calculation of collision probability and orbit prediction. The method combined a simple method of orbit prediction with newly developed collision probability method，which could take advantage of both methods and quantify the risk degree that the spacecraft faced in outer space，thereby increasing accuracy and effectiveness of the collision early warning. Finally，the whole early warning process was realized by use of the graphical user interface (GUI) in Matlab.

Key words：basic subject of aeronautics and astronautics science and technology；collision avoidance；collision probability；early warning；orbit prediction；space obstacle

0 引言

随着太空中人造卫星与空间碎片数量的不断增加，评估航天器与其他空间飞行器或空间碎片碰撞的可能性已成为航天器飞行中必须考虑的问题。这样，为航天器制定一套完整的防止碰撞预警方案就变得非常重要，这也是近 10 年来国内外航天领域的研究热点。

对航天器造成威胁的空间物体包括在轨运行的人造卫星、空间碎片以及流星等在轨物体，由于这些物体与目标航天器的相对速度可能达到 10 km/s 或更高，一旦碰撞发生，后果严重，影响巨大。这类物体对人类的航天活动威胁巨大。为了叙述方便，定义空间障碍物为除去目标航天器以外的包括在轨运行的人造卫星、空间碎片以及流星等在轨物体的统称。

对于空间障碍物的预警[1]，由于考虑到航天器与空间障碍物发生碰撞的探测和预报都存在一定的误差，以前国外通常的方法是给定包围目标航天器的一个危险包围体，然后通过判断危险包围体是否与空间障碍物相交来确定碰撞的可能性，称为 Box 区域判定法[2~4]。但 Box 区域判定法并没有考虑特

基金项目：教育部重点科研项目基金（107110）

作者简介：宋磊（1984—），男，博士研究生，主要研究方向：航天器的控制

通信联系人：杨剑影，教授，主要研究方向：高超声速飞行器指导与控制. E-mail：jianyingy2000@163.com

定情况下，航天器与空间障碍物位置关系的影响，在工程上比较保守，而且这种方法不能定量地给出航天器碰撞的危险性，也不便于得到最优的碰撞规避机动策略。国家航空和航天管理局（National Aeronautics and Space Administration，NASA）在交会分析中引入了碰撞概率的概念，将碰撞概率定义为两个位置预报有误差的物体发生碰撞的概率。文献[3]研究了线性相对运动假设下两个飞行器之间的碰撞概率计算。文献[5]研究了非线性相对运动情况下两个飞行器之间的碰撞概率计算，并提出用瞬时碰撞概率描述碰撞危险程度。国际空间站和航天飞机目前就采用了这种基于概率思想的碰撞判断方法来避免与空间障碍物碰撞[6]。

1 碰撞概率方法

1.1 碰撞概率计算思想

为了计算碰撞概率，必须首先获得下面4种数据：1）在交会时刻航天器的位置矢量；2）在交会时刻空间障碍物的位置矢量；3）在交会时刻航天器位置误差的协方差矩阵；4）在交会时刻空间障碍物位置误差的协方差矩阵。

其中，前两项数据可通过轨道计算获得，后两项数据可通过对空间物体轨道数据进行统计分析得到。由于空间飞行器的速度很快，其相遇时间非常短，所以可以有如下假设：1）两个飞行器相遇期间的时间非常短，其相对运动可以简化为线性模型；2）由于速度误差非常小，所以在相遇期间速度可以看作是不变恒量；3）相遇期间两个飞行器的位置误差可以用三维Gauss分布描述，并且在整个相遇期间内位置误差保持不变。

先将两个飞行器位置误差的协方差矩阵转换到同一个坐标系中，然后相加就得到了两个飞行器相对位置误差的协方差矩阵。为了简化分析，可以将相对位置误差的协方差矩阵全部分配给其中一个飞行器，于是这个飞行器就包含了所有的随机因素，称这个飞行器为随机飞行器，而称另一个不包含随机因素的飞行器为参考飞行器。

为了使问题简化，把飞行器的形状考虑成一个球体，这可以通过包围飞行器的一个最小包络球实现。两个飞行器的两个包络球可以结合成一个总包络球，这个总包络球的半径等于两个小包络球半径之和，球心在参考飞行器的对称中心。这样，如果两个飞行器的距离小于总包络球的半径，就表明两个飞行器发生了碰撞。

1.2 碰撞概率计算方法

给定两个飞行器（随机飞行器和参考飞行器，分别用下标D和S代表）在各自轨道坐标系中位置误差分布的协方差矩阵 $\boldsymbol{C}_S$ 和 $\boldsymbol{C}_D$，根据两个飞行器各自的位置参数可以得到两个轨道系到惯性系的转换矩阵为 $\boldsymbol{P}_S$ 和 $\boldsymbol{P}_D$，那么可以得到惯性系中的两个协方差矩阵为[7~8]：

$$\boldsymbol{C}_{SI} = \boldsymbol{P}_S \boldsymbol{C}_S \boldsymbol{P}_S^{-1}, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{C}_{DI} = \boldsymbol{P}_D \boldsymbol{C}_D \boldsymbol{P}_D^{-1}. \tag{2}$$

由于两个飞行器的位置误差分布不相关，于是可以得到相对位置误差的协方差矩阵为：

$$\boldsymbol{C}_I = \boldsymbol{C}_{SI} + \boldsymbol{C}_{DI}. \tag{3}$$

根据两个飞行器的位置 $\boldsymbol{r}_S$，$\boldsymbol{r}_D$ 和速度 $\boldsymbol{v}_S$，$\boldsymbol{v}_D$，可得到相对位置和相对速度如下：

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{r}_S - \boldsymbol{r}_D, \tag{4}$$

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{v}_S - \boldsymbol{v}_D. \tag{5}$$

于是，相对位置误差在惯性坐标系下的三维Gauss分布概率密度函数为：

$$P(X) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \mid \boldsymbol{C}_I \mid ^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{C}_I^{-1} \boldsymbol{X}\right), \tag{6}$$

其中，$|C_l|$ 为协方差矩阵 C_l 的行列式的值。

两个飞行器的瞬时碰撞概率为：

$$P=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}|C_l|^{1/2}}\iiint\exp\left(-\frac{1}{2}X^{\mathrm{T}}C_l^{-1}X\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z, \tag{7}$$

这里的积分域为总包络体所围成的空间。

根据前面的假设，在交会过程中相对速度矢量为常量，据此可以定义一种新的坐标系－交会坐标系[9]：

$$\hat{i}=\frac{V}{|V|},\ \hat{j}=\frac{v_{\mathrm{D}}\times v_{\mathrm{S}}}{|v_{\mathrm{D}}\times v_{\mathrm{S}}|},\ \hat{k}=\hat{i}\times\hat{j},$$

其中，交会坐标系的原点位于参考飞行器中心，$\hat{j}-\hat{k}$ 平面被称为交会平面。

由于在交会时刻，相对位置矢量正交于相对速度矢量，即相对位置矢量在相对速度方向上的分量为零[10]，因此可以将相对位置误差协方差矩阵、相对位置矢量以及积分域都投影到交会平面，这样就将计算碰撞概率的三维问题转化成了在交会平面上的二维问题，使问题得到了简化。

从惯性系到交会平面坐标系的转换矩阵为 T，那么可将相对位置 X 和相对位置协方差矩阵转换到交会平面坐标系中：

$$X_{\mathrm{e}}=TX, \tag{8}$$

$$C_{\mathrm{e}}=TC_{\mathrm{l}}T^{-1}. \tag{9}$$

于是，得到交会平面上表示相对位置误差的二维 Gauss 分布概率密度函数：

$$p(X_{\mathrm{e}})=\frac{1}{(2\pi)|C_{\mathrm{e}}|^{1/2}}\exp\left(-\frac{1}{2}X_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{e}}^{-1}X_{\mathrm{e}}\right). \tag{10}$$

同理，可以得到两个飞行器瞬时碰撞概率：

$$P=\frac{1}{(2\pi)|C_{\mathrm{e}}|^{1/2}}\iint\exp\left(-\frac{1}{2}X_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{e}}^{-1}X_{e}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y, \tag{11}$$

这里的积分域为总包络体在交会平面上的投影区域。

1.3 碰撞概率预警的主要思想

将式（11）计算得到的碰撞概率和预先设定的碰撞概率域值进行比较，当碰撞概率值小于给定的黄色预警值时（例如 10^{-5}），则说明这次交会事件对于航天器来说是安全的；当碰撞概率值大于黄色预警值（10^{-5}）而小于红色预警值时（例如 10^{-4}），则说明这次交会事件是危险的，在不影响航天器主要任务以及对飞船载荷不构成损失的情况下需要点火进行变轨规避；当碰撞概率值大于红色预警值时（10^{-4}），则说明这次交会事件是很危险的，即使会造成航天器飞行任务的中止和硬件的损伤，也必须进行点火变轨规避。

2 简单轨道预报方法

当目标飞行器与空间障碍物即将发生碰撞前，为了提前进行轨道机动，需要对两个空间物体的轨道位置进行精确预报，一旦发现最小相对距离小于最小安全距离，并且经过轨道修正后仍小于最小安全距离，就应该立即发出预警信号。

经典的轨道预报方法有分析法和数值法。这两种方法各有优点，但缺点也很明显。分析法推导分析解的过程比较复杂，而且有时很难得到精确的分析解；数值法的计算效率不高，而且存在解的收敛性和稳定性等问题。因此，单纯的利用某一种方法进行轨道预报，进而给出的碰撞预警方法是不能令

人满意的。

这里介绍一种简单高效的轨道预报方法。为了简化过程进行以下假设：1）目标航天器和空间障碍物的轨道根数已经通过某种方式获得；2）获得的轨道根数参数没有误差且在研究的时间段内保持不变；3）航天器和空间障碍物仅受地球引力的作用；3）忽略其他一切摄动因素的影响；4）仅考虑椭圆轨道（仅为表述方便，其他轨道类似）。

给定航天器某一时刻 t_0 的轨道根数：$\sigma=(a, e, i, \Omega, \omega, M)$，若已知任何时刻为 t 时，航天器的矢径 $\boldsymbol{r}$ 和真近点角 f 在轨道坐标系 $O\text{-}x''y''z''$ 中有[12]：

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r\cos f \\ r\sin f \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{12}$$

根据惯性坐标系与轨道坐标系的转换关系可得位置矢量表达式：

$$\boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R_3(-\Omega)R_1(-i)R_3(-\omega) \begin{bmatrix} r\cos f \\ r\sin f \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{13}$$

将旋转矩阵展开，得

$$\boldsymbol{r} = r(\cos f)\cdot\boldsymbol{P} + r(\sin f)\cdot\boldsymbol{Q}, \tag{14}$$

其中，$P = \begin{bmatrix} \cos\Omega\cos\omega - \sin\Omega\sin\omega\cos i \\ \sin\Omega\cos\omega + \cos\Omega\sin\omega\cos i \\ \sin\omega\sin i \end{bmatrix}$，$Q = \begin{bmatrix} -\cos\Omega\sin\omega - \sin\Omega\cos\omega\cos i \\ -\sin\Omega\sin\omega + \cos\Omega\cos\omega\cos i \\ \cos\omega\sin i \end{bmatrix}$. (15)

则

$$\dot{\boldsymbol{r}} = -\frac{h}{p}(\sin f)\cdot\boldsymbol{P} + \frac{h}{p}(e+\cos f)\cdot\boldsymbol{Q}. \tag{16}$$

对于椭圆轨道有：

$$\boldsymbol{r} = (a\cos E - e)\cdot\boldsymbol{P} + a\sqrt{1-e^2}\sin E\cdot\boldsymbol{Q}, \tag{17}$$

$$\dot{\boldsymbol{r}} = -\frac{a^2 n}{r}\sin E\cdot\boldsymbol{P} + \frac{a^2 n}{r}\sqrt{1-e^2}\cos E\cdot\boldsymbol{Q}. \tag{18}$$

其中，E 为时刻 t 的函数，可由开普勒方程 $E - e\cdot\sin E = M$ 解出。

据此，可以编写近地轨道航天器轨道快速预报程序。此程序的主要功能为：1）预报单个空间物体的轨道；2）预报空间任意两个已知轨道根数物体在任意时刻的距离；3）预报空间任意两已知轨道根数物体的最短距离以及对应的空间位置和时刻；4）预报两空间物体碰撞时相对速度的大小和方向。

程序的解释：

程序输入为两物体的轨道根数 $\sigma_1=(a_1, e_1, i_1, \Omega_1, \omega_1, M_1)$，$\sigma_2=(a_2, e_2, i_2, \Omega_2, \omega_2, M_2)$ 以及设定的安全距离 d；输出为两物体的最短距离、对应的时刻以及此时刻两物体的位置矢量、速度矢量。

1）若最短距离大于安全距离 d，则输出为“此物体是安全的”；

2）若最短距离小于安全距离 d，则输出为“此物体是危险的”。

考虑到各种误差的存在以及真实情况下的各种摄动，可以定义 3 种安全距离：黄色安全距离 d_1，橙色安全距离 d_2 和红色安全距离 d_3. 其中应该有：$d_1 > d_2 > d_3$，d_3 为最小安全距离门限。d_1，d_2，d_3 的选取考虑的主要因素有：1）轨道计算的模型误差；2）轨道测量误差；3）航天器的机动性等。初步选取：$d_1 = 50$ km，$d_2 = 30$ km，$d_3 = 10$ km.

3 目标航天器与空间障碍物的预警方法

3.1 预警流程与步骤

结合上述的碰撞概率理论和简单轨道预报方法，可以初步制定出目标航天器与空间障碍物的碰撞预警流程：

1）设定 $d=d_1$，计算两物体的预测最短距离和碰撞概率 P，若最短距离大于安全距离 d 且碰撞概率 P 小于设定的黄色预警阀值 P_3，则输出为“此空间障碍物是安全的”；否则，发出黄色预警警报，第一次发布的黄色预警警报信号应该至少在预计碰撞发生前 3 天的时间发布，即时间跨度为 72 h. 然后转向第 2）步；

2）设定 $d=d_2$，利用观测数据对两空间物体的轨道进行预报修正，同时减小轨道预报步长，更新两物体的轨道根数以及相对位置协方差矩阵等数据，重新计算两物体的最短距离和碰撞概率，若最短距离大于安全距离 d 且碰撞概率 P 小于设定的橙色预警阀值 P_2，则输出为“此空间障碍物是安全的”，同时解除警报；否则发出橙色预警警报，第二次发布的橙色预警警报信号应该至少在预计碰撞发生前 2 天的时间发布，即时间跨度为 48 h. 然后转向第 3）步；

3）设定 $d=d_3$，再次利用观测数据对两空间物体的轨道进行预报修正，同时再次减小轨道预报步长，更新两物体的轨道根数以及相对位置协方差矩阵等数据，重新计算两物体的最短距离和碰撞概率，若最短距离大于安全距离 d 且碰撞概率 P 小于设定的红色预警阀值 P_1，则输出为“此空间障碍物是安全的”，同时解除警报；否则发出红色预警警报，第三次发布的红色预警警报信号应该至少在预计碰撞发生前 1 天的时间发布，即时间跨度为 24 h. 红色预警信号发出后，立即转向第 4）步；

4）着手进行碰撞规避的轨道机动。

注 1：P_1，P_2，P_3 为预先设定的碰撞概率预警阀值，其中有 $P_1>P_2>P_3$，P_1 为最大安全概率门限。这个阀值的确定必须满足工程部门的需要，也需要对碰撞概率以及交会关系进行更深一步的分析。初步可以选取 $P_1=10^{-2}$，$P_2=10^{-4}$，$P_3=10^{-6}$.

注 2：每一次预警信号的发出都必须满足两个判断条件，一是两物体的预测最短距离，二是预测的碰撞概率，把它们分别与预先设定的不同等级的阀值进行比较，只有当两者同时满足安全条件时，才将此空间障碍物定位是安全的，并将其排除出考虑范围；若其中一条不满足安全条件，则会发出相应的预警警报信号，提醒对此物体进行进一步的监控或对其进行轨道规避机动。这样做的好处是可以将空间障碍物相对目标飞行器的危险程度进行双重安全标准的评判，使得对于空间障碍物的安全等级定性更为准确，避免由于计算误差带来的错误预警警报，提高了碰撞预警方法的精确性和有效性。

以上给出的是基于碰撞概率和轨道预报方法的预警流程，进一步，可以建立目标航天器的实时预警机制，将目标航天器在空间运行的实时风险进行具体量化，详细步骤如下：1）确定碰撞概率阀值 P_1，P_2，P_3 以及安全距离阀值 d_1，d_2，d_3，其中有 $P_1>P_2>P_3$，$d_1>d_2>d_3$；2）确定预警时间段，利用碰撞概率计算方法和轨道预报方法分别计算目标航天器与空间障碍物的碰撞概率 P 和最近距离 d；3）将计算得到的 P 和 d 分别与 P_1，P_2，P_3 以及 d_1，d_2，d_3 进行比较，并查询空间障碍物危险等级表（如表 1 所示），以确定目标航天器在指定预警时间段内所面临的危险等级。表中数字“1”～“8”分别代表不同的风险等级，其中，等级“1”表示最安全，随着等级数的增加，危险度递增，等级“8”表示最危险根据步骤 3）预报得到的不同障碍物危险等级，可以制定如下目标航天器规避机动策略表（如表 2 所示）。

以上预警策略将以建议的形式提供给轨道机动决策者，最终的轨道机动策略将由他综合考虑航天器各方面因素而做出。

表 1　空间障碍物危险度等级查询表

Tab. 1　Space obstacle risk degree query table

	$P \leqslant P_3$	$P_3 < P \leqslant P_2$	$P_2 < P \leqslant P_1$	$P_1 < P$
$d \geqslant d_1$	1	2	3	4
$d_1 > d \geqslant d_2$	2	3	5	6
$d_2 > d \geqslant d_3$	3	5	6	7
$d_3 > d$	4	6	7	8

表 2　目标航天器规避机动策略表

Tab. 2　Target spacecraft avoidance maneuver strategy table

危险度等级	机动策略
1	非常安全，不必实施规避机动
2，3	比较安全，需要进一步跟踪和更精确的计算
4	不定（很少发生）。更新数据，重新确定危险等级
5	比较危险，一般不需要规避，保持跟踪
6，7	危险，在不影响主要任务和损害航天器的情况下需要规避
8	非常危险，必须进行规避机动

利用 Matlab 的 GUI 工具包可以编写可视化的预警程序界面，如图 1 所示。

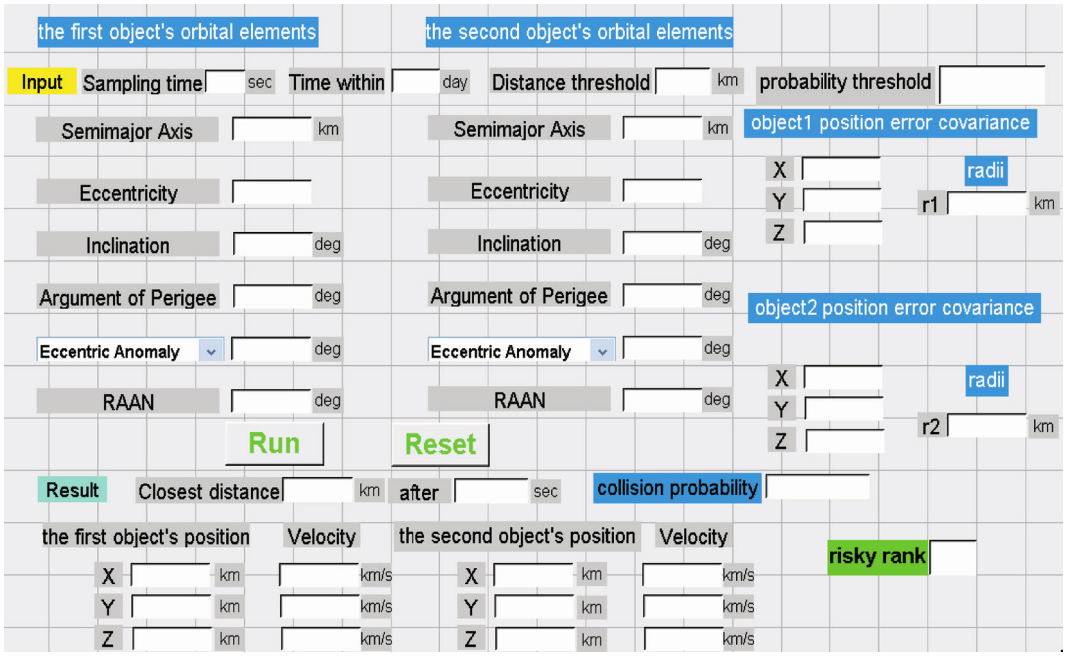

图 1　可视化预警程序界面

Fig. 1　Visual early warning program interface

此程序的主要功能有：

1）预测空间任意两个已知轨道根数物体在未来一段时间内的最近距离，发生的时刻，以及最近距离时两物体的位置、速度等；

2）同时预测两已知位置误差物体的碰撞概率；

3）确定空间物体对目标航天器的危险等级，并给出相应的机动策略。

这里，提出了一种目标航天器和空间障碍物碰撞预警的新方法，该方法利用航天器和空间障碍物的简化模型对它们的轨道进行预报，并结合碰撞概率的思想，充分发挥了简化模型轨道预报的快速性和碰撞概率计算的精确性优点，提高了碰撞预警方法的实效性，为以后碰撞预警方法的研究提供了借鉴。

3.2　碰撞预警仿真结果及讨论

在上述程序中，取采样时间为 1 s，预警计算时间范围为 1 d，对某航天器与若干空间障碍物的碰撞情况进行仿真，结果如表 3 所示。

表 3 某航天器的 4 撞预警仿真结果

Tab. 3 Collision early warning simulation results of a spacecraft

	半长轴/km	离心率/°	倾角/°	近地点幅角/°	偏近点角/°	升交点赤径/°	危险等级
目标航天器	110	0.8	63	24	47	12	—
空间障碍物 1	210	0.3	35	77	20	51	1
空间障碍物 2	154	0.5	41	64	71	35	8
空间障碍物 3	198	0.6	67	38	73	87	2
空间障碍物 4	284	0.7	80	134	37	67	5
空间障碍物 5	130	0.7	49	67	130	82	7

对于不同的空间障碍物，根据程序得出危险等级，在表 2 中查找制定相应的机动策略，并将此策略提供给决策者，最后由决策者综合各方面因素最终决定采取何种策略保证航天器的在轨安全。

此方法存在的问题和难点：

1）方法将空间物体在交会时间内的运动假设为线性运动，因此对于在交会段具有非线性运动的空间物体是不适用的。

2）由于该方法中简单轨道预报仅考虑了大多数的椭圆轨道情况，因此对于双曲线和抛物线轨道不适用，但可以在此方法的基础上经过简单的修改而得到，这里就不再赘述。

3）空间物体位置协方差矩阵和等效半径的获得比较困难。在计算两空间物体的碰撞概率时，在假设位置误差满足高斯分布的前提下，仅需要知道位置协方差矩阵和等效半径。对于位置协方差矩阵，需要对空间物体的轨道数据进行统计分析才能得到；对于等效半径，需要估算空间物体的实际物理尺寸，这两项工作都需要有精度较高的天基或地基观察测量系统和准确度较高的轨道计算预报方法，才能获得较为精确的数据。碰撞概率的计算精度也主要取决于这两类数据。

4）预警方法中 3 个安全距离阀值和碰撞概率阀值的确定较困难。需要综合考虑计算精度、航天器的具体尺寸、实际任务的重要程度等，还需要对碰撞概率以及交会关系进行更深一步的分析，而且必须满足工程部门的实际需要，进行多次的仿真测试才能最终应用到实际系统中。

4 结论

1）给出了一种新的碰撞预警方法；

2）利用了现在国内外研究预警策略的热点方法——碰撞概率方法；

3）将碰撞概率思想与简单轨道预报方法相结合，对航天器所面临的碰撞风险的危险程度进行具体量化；

4）针对航天器的碰撞风险利用双重安全准则进行评价，最大限度地减少测量计算误差的影响。

作为此方法的扩展，为了获得更为精确的风险等级，可以将安全距离阀值和碰撞概率阀值进行更详细划分，即定义更多的距离阀值和概率阀值，这样得到的风险等级更为确切，相应机动策略的设置也更为详细。对于机动策略决策者来说，可以更准确地了解航天器所面临的实时风险，也利于他们制定出最优的机动方案，但同时也要求程序有更快的运算速度。

[参考文献] (References)

[1] 刘海洋，王帅，李智. 空间碎片碰撞预警仿真分析[A]. 中国航空学会第 22 届飞行力学与飞行试验学术交流会[C]. 成都：中国航空学会第 22 届飞行力学与飞行试验学术交流，2006，ID：6321364.
LIU H Y, WANG S, LI Z. Space debris collision prediction simulation analysis[A]. China Airlines Flight Mechanics to the 22nd Flight Test and Academic Exchange[C]. Chengdu: China Airlines Flight Mechanics to the 22nd Flight Test and Academic Exchange, 2006, ID: 6321364. (in Chinese)

[2] Committee on Space Shuttle Meteoroid/Debris Risk Management. Protecting the space shuttle from meteoroids and

orbital debris[M]. Washington: National Academy Press, 1997.

[3] PATERA R P. General method for calculating satellite collision probability[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2001, 24(4): 716～722.

[4] PATERA R P, PETERSON G E. Space vehicle maneuver method to lower collision risk to an acceptable Level[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2003, 26(2): 233～237.

[5] 王华，唐国金. 非线性相对运动的飞行器碰撞概率研究[J]. 宇航学报，2006，27（增）：160～165.
WANG H, TANG G J. Space vehicle collision probability for nonlinear relative motion[J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(Suppl.): 160～165. (in Chinese)

[6] LELEUX D, SPENCER R, ZIMMERMAN P, et al . Probability based space shuttle collision avoidance[A]. Space OPS 2002 Conference[C]. Houston: Space OPS 2002 conference, 2002.

[7] 王华，李海洋，唐国金. 飞行器碰撞概率计算的一般方法[J]. 国防科技大学学报，2006，28（4）：27～31.
WANG H, LI H Y, TANG G J. General method for calculating spacecraft collision probability[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2006, 28(4): 27～31. (in Chinese)

[8] PATERA R P. Satellite collision probability for nonlinear relative Motion[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2003, 26(5): 728～733.

[9] FOSTER J. NASA JSC－25898. A parametric analysis of orbital debris collision probability and maneuver rate for space vehicles[S]. European Space Agency, 1992.

[10] AKELLA M R, ALFIEND K T. Probability of collision between space objects[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2000, 23(5): 769～772.

[11] 郗晓宁，王威，高玉东. 近地航天器轨道基础[M]. 长沙：国防科技大学出版社，2003.
XI X Y, WANG W, GAO Y D. Foundation of near spacecraft orbits[M]. Changsha: Defense Science and Technology University Press, 2003. (in Chinese)