

# 光在吸收性介质界面反射系数和透射系数研究

张秋长, 罗天舒, 黄利元, 李萌, 徐泰山

(厦门大学嘉庚学院, 福建漳州 363105)

**摘要:** 通过定义吸收性介质中光波矢量的等幅面单位矢量和等相面单位矢量, 并分别应用相应的边界条件, 获得了光在介质/吸收性介质、吸收性介质/介质界面的反射系数和透射系数。它们的值与入射角、介质的折射率、吸收性介质的复折射率有关。并且吸收性介质/介质界面的反射系数和透射系数还与吸收性介质中等幅面单位矢量和等相面单位矢量之间的夹角有关。此外, 光通过介质/吸收性介质、吸收性介质/介质界面的反射系数和透射系数均可退化为介质/介质的特殊情况。

**关键词:** 光学; 反射折射; 复折射率; 菲涅尔公式; 光传输

中图分类号: O435 文献标识码: A 文章编号: 1674-2850(2016)19-1987-08

## Reflection coefficient and transmission coefficient of light propagation at absorbing medium interface

ZHANG Qiuzhang, LUO Tianshu, HUANG Liyuan, LI Meng, XU Taishan

(Xiamen University Tan Kah Kee College, Zhangzhou, Fujian 363105, China)

**Abstract:** The planes of constant field amplitude and constant phase of light in the absorbing medium are defined by using the unit vectors. Using the corresponding boundary conditions, the reflection coefficient and transmission coefficient of the light through the interfaces of absorbing medium/medium and medium/absorbing medium have been obtained. The reflection coefficient and transmission coefficient are decided by the incident angle, the refractive index of medium and the complex refractive index of absorbing medium. The reflection coefficient and transmission coefficient of absorbing medium/medium are also related to the angle between the planes of constant amplitude and constant phase. Both the absorbing medium/medium and medium/absorbing medium can be simplified as medium/medium.

**Key words:** optics; reflection-refraction; complex refractive index; Fresnel formula; light propagation

## 0 引言

SNELL 和 DESCARTES 发现当光穿过由不同介质组成的界面时会发生折射, 并由此总结出了现代光学原理的重要基石之一的斯涅尔定律<sup>[1]</sup>, 该定律被广泛应用于理解光在透明介质中的传播规律。许多学者对光在透明介质层的反射、折射进行了研究<sup>[2-6]</sup>, 而在研究吸收性介质界面的反射和折射时, 较广泛的处理方法是采用复折射率和复角代替透明介质公式中相应的参数<sup>[7-10]</sup>。马科斯·玻恩等<sup>[11]</sup>处理了光由介质到金属边界的实折射角和路径问题, 同时 GARCIA-POMAR 等<sup>[12]</sup>依据相同的原理处理了光由金属到介质边界的实折射角公式, 但是将他们得到的两组公式(介质—吸收性介质—介质)联系起来考虑, 却与实验观察的结果不一致, 所以用复折射率和复角代替透明介质各项公式中的相应参数具有一定的局限性<sup>[13-14]</sup>。这里在前期研究的基础上继续研究了光在吸收性介质界面的反射、折射规律, 分别求出了光通过介质/吸收性介质、吸收性介质/介质边界时的反射和透射系数, 并对两组公式进行分析, 发现它们均可退化为介质/介质的特殊情况。

### 1 光在吸收性介质中的传播

图 1 为光在吸收性介质中的传播, 它的等幅面与等相面一般不相互重合, 所以吸收性介质中的波是非均匀光波。令吸收性介质的等幅面和等相面的单位矢量分别为  $\mathbf{q}$  和  $\mathbf{s}$ , 它们之间的夹角  $\xi = \cos^{-1}(\mathbf{q} \cdot \mathbf{s})$ 。将平面电磁波  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$ ,  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$  代入麦克斯韦方程中, 可知吸收性介质中光波满足如下方程<sup>[11,15]</sup>:

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = i\omega\mu\mathbf{H}(\mathbf{r}), \\ \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -i\omega\tilde{\epsilon}\mathbf{E}(\mathbf{r}); \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \tilde{k}^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0, \\ \nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) + \tilde{k}^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

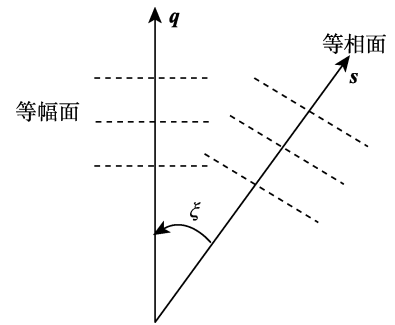


图 1 光在吸收性介质中的传播  
Fig. 1 Light propagation in absorbing medium

其中,  $\tilde{\epsilon} = \epsilon + i\frac{\sigma}{\omega}$  为复介电常数,  $\epsilon$  为介电常数,  $\sigma$  为电导率;  $\mu$  为磁导率;  $\tilde{k}^2 = k_0^2 \tilde{n}^2 = \omega^2 \mu \tilde{\epsilon}$ ,  $k_0$  为真空中的波数, 吸收性介质中光波的复波矢  $\tilde{\mathbf{k}} = k_s \mathbf{s} + ik_q \mathbf{q}$ ,  $k_s$  和  $k_q$  分别为波的相位常数和衰减常数, 吸收性介质的复折射率  $\tilde{n} = n + i\kappa$ , 可得吸收性介质的复折射率的实部和虚部分别为

$$\begin{cases} n = \frac{\omega}{k_0} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{\mu^2 \epsilon^2 + \frac{\mu^2 \sigma^2}{\omega^2}} + \mu \epsilon \right)}, \\ \kappa = \frac{\omega}{k_0} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{\mu^2 \epsilon^2 + \frac{\mu^2 \sigma^2}{\omega^2}} - \mu \epsilon \right)}. \end{cases} \quad (3)$$

由式 (3) 可知, 吸收性介质的复折射率会随入射光的频率改变, 并不是真正的物质常数。同时, 可将吸收性介质中的光波表示为

$$\begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \cdot e^{-i(k_s \mathbf{s} + ik_q \mathbf{q}) \cdot \mathbf{r}}, \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0 \cdot e^{-i(k_s \mathbf{s} + ik_q \mathbf{q}) \cdot \mathbf{r}}. \end{cases} \quad (4)$$

复折射率的实部、虚部与相位常数、衰减常数的关系为

$$\begin{cases} k_s^2 - k_q^2 = k_0^2 (n^2 - \kappa^2), \\ 2k_s k_q \cos \xi = 2n\kappa k_0. \end{cases} \quad (5)$$

由于  $n$ 、 $\kappa$  均不为零, 可知  $\xi \neq \pi/2$ , 即两单位矢量不可能垂直。经推导可得

$$\begin{cases} N_s = \frac{k_s}{k_0} = \sqrt{\frac{\left( (n^2 - \kappa^2)^2 + \left( \frac{2n\kappa}{\cos \xi} \right)^2 + (n^2 - \kappa^2) \right)}{2}}, \\ N_q = \frac{k_q}{k_0} = \sqrt{\frac{\left( (n^2 - \kappa^2)^2 + \left( \frac{2n\kappa}{\cos \xi} \right)^2 - (n^2 - \kappa^2) \right)}{2}}. \end{cases} \quad (6)$$

将参数  $N_s$ 、 $N_q$  看作光在吸收性介质中传播和衰减的有效折射率, 它们的大小不但与复折射率有关,

还与等相面和等幅面的夹角有关。根据式 (6), 吸收性介质中的光波也可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \cdot e^{-ik_0(N_s \mathbf{s} + iN_q \mathbf{q}) \cdot \mathbf{r}}, \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0 \cdot e^{-ik_0(N_s \mathbf{s} + iN_q \mathbf{q}) \cdot \mathbf{r}}. \end{cases} \quad (7)$$

将式 (7) 代入式 (1) 可得

$$\begin{cases} \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\omega\mu} k_0 (N_s \mathbf{s} + iN_q \mathbf{q}) \times \mathbf{E}(\mathbf{r}), \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\omega\tilde{\epsilon}} k_0 (N_s \mathbf{s} + iN_q \mathbf{q}) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}). \end{cases} \quad (8)$$

## 2 光由介质入射吸收性介质界面的反射与折射

令入射波在入射面  $yz$  平面之内, 如图 2 所示, 设入射波为均匀平面电磁波,  $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{0i} \cdot e^{-ik_{si} \cdot \mathbf{r}}$ ,

$\mathbf{H}_i(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_{0i} \cdot e^{-ik_{si} \cdot \mathbf{r}}$ , 其中  $k_{si} = n_i k_0$  ( $n_i$  为介质的折射率)。

图 2 中,  $\theta_i$ 、 $\theta_r$ 、 $\theta_t$  分别为入射角、反射角、折射角, 两单位矢量之间的夹角  $\xi_t = \cos^{-1}(\mathbf{q}_t \cdot \mathbf{s}_t)$ ,  $\zeta_t$  为  $z$  轴和  $\mathbf{q}_t$  的夹角。根据相位的连续性条件可知, 反射波的等幅面单位矢量和等相面单位矢量以及折射波均在入射面  $yz$  平面内, 同时存在

$$\begin{cases} k_{si} = k_{sr}, \\ \theta_i = \theta_r; \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} k_{si} \sin \theta_i = k_{st} \sin \theta_t, \\ 0 = k_{qt} \sin \zeta_t, \\ \xi_t = \theta_t - \zeta_t = \theta_t. \end{cases} \quad (10)$$

结合式 (6) 可得

$$\begin{cases} N_{st} = \frac{k_{st}}{k_0} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \sqrt{(n^2 - \kappa^2 - n_i^2 \sin^2 \theta_i)^2 + 4n^2 \kappa^2} + (n^2 - \kappa^2) + n_i^2 \sin^2 \theta_i \right]}, \\ N_{qt} = \frac{k_{qt}}{k_0} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \sqrt{(n^2 - \kappa^2 - n_i^2 \sin^2 \theta_i)^2 + 4n^2 \kappa^2} - (n^2 - \kappa^2) + n_i^2 \sin^2 \theta_i \right]}. \end{cases} \quad (11)$$

由式 (11) 可知, 有效折射率与入射角、介质的折射率、吸收性介质的复折射率有关。在吸收性介质中, 光波不再是横波, 因此将光波分为 TE 波和 TM 波。

### 2.1 TE 波的 Fresnel 公式

电矢量垂直入射面 (TE 波), 只存在  $x$  分量, 则在介质中

$$\begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = (E_x, 0, 0), \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\omega\mu} \mathbf{k}_i \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\omega\mu} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ 0 & k_i s_y & k_i s_z \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix}. \end{cases} \quad (12)$$

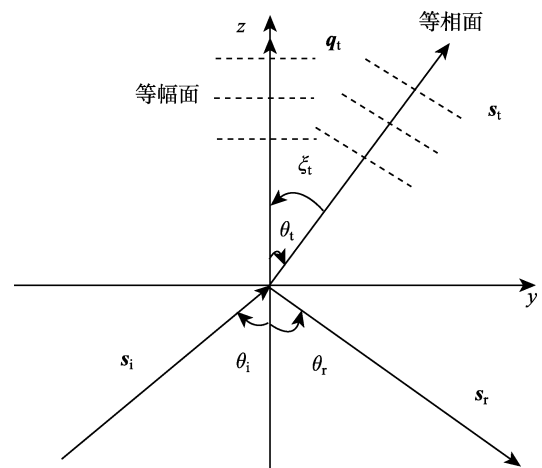


图 2 光在吸收性介质界面的反射与折射  
Fig. 2 Reflection and refraction of the light at the interface of the absorbing medium

而在吸收性介质中

$$\begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = (E_x, 0, 0), \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\omega\mu} k_0 (N_s \mathbf{s} + iN_q \mathbf{q}) \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{k_0}{\omega\mu} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ 0 & N_s s_y + iN_q q_y & N_s s_z + iN_q q_z \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix}. \end{cases} \quad (13)$$

磁矢量则包含在入射面内, 因此在边界上的连续性条件为

$$\begin{cases} E_{0i,x} + E_{0r,x} = E_{0t,x}, \\ H_{0i,y} + H_{0r,y} = H_{0t,y}. \end{cases} \quad (14)$$

将式(12)、式(13)代入式(14)可得

$$\begin{cases} E_{0i,x} + E_{0r,x} = E_{0t,x}, \\ \frac{1}{\mu_i} E_{0i,x} n_i \cos \theta_i - \frac{1}{\mu_i} E_{0r,x} n_i \cos \theta_r = \frac{1}{\mu_t} E_{0t,x} (N_{st} \cos \theta_t + iN_{qt}). \end{cases} \quad (15)$$

由此可得电矢量的反射率和透过率为

$$\begin{cases} r_{E,TE} = \frac{E_{0r,x}}{E_{0i,x}} = \frac{\mu_t n_i \cos \theta_i - \mu_i (N_{st} \cos \theta_t + iN_{qt})}{\mu_t n_i \cos \theta_i + \mu_i (N_{st} \cos \theta_t + iN_{qt})}, \\ t_{E,TE} = \frac{E_{0t,x}}{E_{0i,x}} = \frac{2\mu_t n_i \cos \theta_i}{\mu_t n_i \cos \theta_i + \mu_i (N_{st} \cos \theta_t + iN_{qt})}. \end{cases} \quad (16)$$

假定介质的相对磁导率为1(光学介质), 则以上公式进一步简化为

$$\begin{cases} r_{E,TE} = \frac{E_{0r,x}}{E_{0i,x}} = \frac{n_i \cos \theta_i - (N_{st} \cos \theta_t + iN_{qt})}{n_i \cos \theta_i + (N_{st} \cos \theta_t + iN_{qt})}, \\ t_{E,TE} = \frac{E_{0t,x}}{E_{0i,x}} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + (N_{st} \cos \theta_t + iN_{qt})}. \end{cases} \quad (17)$$

## 2.2 TM波的Fresnel公式

对于TM波, 磁矢量只存在x分量。则在介质中

$$\begin{cases} \mathbf{H}(\mathbf{r}) = (H_x, 0, 0), \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\omega\epsilon} k_i \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\omega\epsilon} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ 0 & k_i s_y & k_i s_z \\ H_x & 0 & 0 \end{vmatrix}. \end{cases} \quad (18)$$

而在吸收性介质中

$$\begin{cases} \mathbf{H}(\mathbf{r}) = (H_x, 0, 0), \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\omega\hat{\epsilon}} k_0 (N_s \mathbf{s} + iN_q \mathbf{q}) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\frac{k_0}{\omega\hat{\epsilon}} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ 0 & N_s s_y + iN_q q_y & N_s s_z + iN_q q_z \\ H_x & 0 & 0 \end{vmatrix}. \end{cases} \quad (19)$$

电矢量则包含在入射面内, 因此在边界上的连续性条件为

$$\begin{cases} H_{0i,x} + H_{0r,x} = H_{0t,x}, \\ E_{0i,y} + E_{0r,y} = E_{0t,y}. \end{cases} \quad (20)$$

将式 (18)、式 (19) 代入式 (20) 可得

$$\begin{cases} H_{0i,x} + H_{0r,x} = H_{0t,x}, \\ \frac{1}{\varepsilon_i} H_{0i,x} n_i \cos \theta_i - \frac{1}{\varepsilon_i} H_{0r,x} n_i \cos \theta_r = \frac{1}{\hat{\varepsilon}_t} H_{0t,x} (N_{st} \cos \theta_t + iN_{qt}). \end{cases} \quad (21)$$

由此可得磁矢量的反射率和透过率为

$$\begin{cases} r_{H, TM} = \frac{H_{0r,x}}{H_{0i,x}} = \frac{\hat{\varepsilon}_t n_i \cos \theta_i - \varepsilon_i (N_{st} \cos \theta_t + iN_{qt})}{\hat{\varepsilon}_t n_i \cos \theta_i + \varepsilon_i (N_{st} \cos \theta_t + iN_{qt})}, \\ t_{H, TM} = \frac{H_{0t,x}}{H_{0i,x}} = \frac{2\hat{\varepsilon}_t n_i \cos \theta_i}{\hat{\varepsilon}_t n_i \cos \theta_i + \varepsilon_i (N_{st} \cos \theta_t + iN_{qt})}. \end{cases} \quad (22)$$

假定介质的相对磁导率为 1 (光学介质), 则式 (22) 进一步简化为

$$\begin{cases} r_{H, TM} = \frac{H_{0r,x}}{H_{0i,x}} = \frac{\hat{n}_t^2 \cos \theta_i - n_i (N_{st} \cos \theta_t + iN_{qt})}{\hat{n}_t^2 \cos \theta_i + n_i (N_{st} \cos \theta_t + iN_{qt})}, \\ t_{H, TM} = \frac{H_{0t,x}}{H_{0i,x}} = \frac{2\hat{n}_t^2 \cos \theta_i}{\hat{n}_t^2 \cos \theta_i + n_i (N_{st} \cos \theta_t + iN_{qt})}. \end{cases} \quad (23)$$

### 3 光由吸收性介质入射到介质

假设折射后的光波为  $\mathbf{E}'(\mathbf{r}) = \mathbf{E}'_0 \cdot e^{-i(k'_s s'_i + ik'_{qt} q'_i) \cdot \mathbf{r}}$ ,  $\mathbf{H}'(\mathbf{r}) = \mathbf{H}'_0 \cdot e^{-i(k'_s s'_i + ik'_{qt} q'_i) \cdot \mathbf{r}}$ , 考虑入射波在入射面  $yz$  平面内, 如图 3 所示, 入射角等于  $\theta'_i$ , 反射角等于  $\theta'_r$ , 折射角等于  $\theta'_t$ , 入射波的等幅面单位矢量与法线的夹角为  $\zeta'_i$ , 折射波的等幅面单位矢量与法线的夹角等于  $\zeta'_t$ , 折射波两单位矢量之间的夹角为  $\xi'_t = \cos^{-1}(q'_t \cdot s'_t)$ . 由于吸收性介质中光波的相位波矢与衰减波矢在界面上同时存在切向分量, 折射后的波为非均匀平面波, 可得介质中折射波的相位常数  $k'_{st}$  和衰减常数  $k'_{qt}$  满足如下关系:

$$\begin{cases} k'^2_{st} - k'^2_{qt} = k_0^2 n_i^2, \\ \xi'_t = \theta'_t - \zeta'_t = \pi/2. \end{cases} \quad (24)$$

由式 (24) 可知, 折射波的两单位矢量  $q'_t$  和  $s'_t$  相互垂直.

由边界条件可得

$$\begin{cases} k_{st} = k_{sr}, \theta'_i = \theta'_r, \\ k_{qt} = k_{qr}, \zeta'_i = \zeta'_r, \\ \xi'_t = \theta'_i - \zeta'_i = \xi_r = \theta'_r - \zeta'_r; \\ \begin{cases} k_{st} \sin \theta'_i = k'_{st} \sin \theta'_t, \\ k_{qt} \sin \zeta'_i = k'_{qt} \sin \zeta'_t. \end{cases} \end{cases} \quad (25)$$

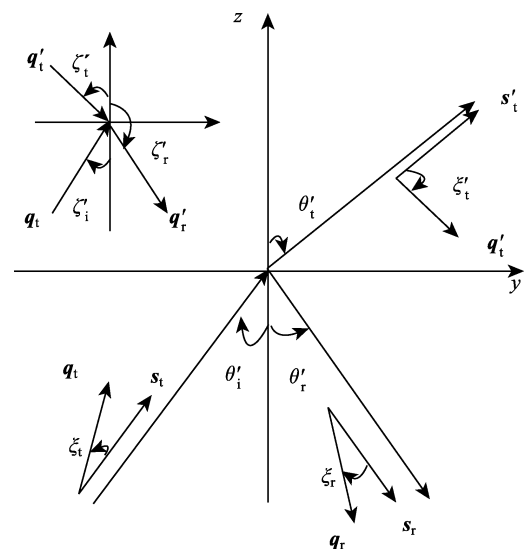


图 3 光通过吸收性介质/介质界面的反射与折射

(25) Fig. 3 Reflection and refraction of the light through the absorbing medium/medium interface

结合式(24)和式(25)可得

$$\begin{cases} N'_{st} = k'_{st} / k_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{\sqrt{(N_{qt}^2 \sin^2 \zeta'_i + N_{st}^2 \sin^2 \theta'_i + n_i^2)^2 - 4n_i^2 N_{st}^2 \sin^2 \theta'_i} + (N_{qt}^2 \sin^2 \zeta'_i + N_{st}^2 \sin^2 \theta'_i + n_i^2)}{(N_{qt}^2 \sin^2 \zeta'_i + N_{st}^2 \sin^2 \theta'_i + n_i^2)} \right]}, \\ N'_{qt} = k'_{qt} / k_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{\sqrt{(N_{qt}^2 \sin^2 \zeta'_i + N_{st}^2 \sin^2 \theta'_i + n_i^2)^2 - 4n_i^2 N_{st}^2 \sin^2 \theta'_i} - (N_{qt}^2 \sin^2 \zeta'_i + N_{st}^2 \sin^2 \theta'_i + n_i^2)}{(N_{qt}^2 \sin^2 \zeta'_i + N_{st}^2 \sin^2 \theta'_i + n_i^2)} \right]}. \end{cases} \quad (26)$$

由式(26)可知，光由吸收性介质折射到介质后的波矢除了与介质的折射率、吸收性介质的复折射率、入射角有关外，还与吸收性介质中光波的两单位矢量的夹角有关。

## 4 吸收性介质—非吸收性介质界面上的 Fresnel 公式

### 4.1 TE 波的 Fresnel 公式

对于 TE 波，同理可得电矢量的反射率和透过率为

$$\begin{cases} r_{E,TE} = \frac{E_{0r,x}}{E_{0t,x}} = \frac{\mu'_t (N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i) - \mu_t (N'_{st} \cos \theta'_t + iN'_{qt} \cos \zeta'_t)}{\mu'_t (N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i) + \mu_t (N'_{st} \cos \theta'_t + iN'_{qt} \cos \zeta'_t)}, \\ t_{E,TE} = \frac{E'_{0t,x}}{E_{0t,x}} = \frac{2\mu'_t (N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i)}{\mu'_t (N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i) + \mu_t (N'_{st} \cos \theta'_t + iN'_{qt} \cos \zeta'_t)}. \end{cases} \quad (27)$$

假定介质的相对磁导率为 1 (光学介质)，则式(27)进一步简化为

$$\begin{cases} r_{E,TE} = \frac{E_{0r,x}}{E_{0t,x}} = \frac{(N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i) - (N'_{st} \cos \theta'_t + iN'_{qt} \cos \zeta'_t)}{(N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i) + (N'_{st} \cos \theta'_t + iN'_{qt} \cos \zeta'_t)}, \\ t_{E,TE} = \frac{E'_{0t,x}}{E_{0t,x}} = \frac{2(N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i)}{(N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i) + (N'_{st} \cos \theta'_t + iN'_{qt} \cos \zeta'_t)}. \end{cases} \quad (28)$$

### 4.2 TM 波的 Fresnel 公式

对于 TM 波，同理可得电矢量的反射率和透过率为

$$\begin{cases} r_{H,TM} = \frac{H_{0r,x}}{H_{0t,x}} = \frac{\hat{\epsilon}'_t (N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i) - \hat{\epsilon}_t (N'_{st} \cos \theta'_t + iN'_{qt} \cos \zeta'_t)}{\hat{\epsilon}'_t (N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i) + \hat{\epsilon}_t (N'_{st} \cos \theta'_t + iN'_{qt} \cos \zeta'_t)}, \\ t_{H,TM} = \frac{H'_{0t,x}}{H_{0t,x}} = \frac{2\hat{\epsilon}'_t (N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i)}{\hat{\epsilon}'_t (N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i) + \hat{\epsilon}_t (N'_{st} \cos \theta'_t + iN'_{qt} \cos \zeta'_t)}. \end{cases} \quad (29)$$

假定介质的相对磁导率为 1 (光学介质)，则式(29)进一步简化为

$$\begin{cases} r_{H,TM} = \frac{H_{0r,x}}{H_{0t,x}} = \frac{n_t'^2 (N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i) - n_t^2 (N'_{st} \cos \theta'_t + iN'_{qt} \cos \zeta'_t)}{n_t'^2 (N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i) + n_t^2 (N'_{st} \cos \theta'_t + iN'_{qt} \cos \zeta'_t)}, \\ t_{H,TM} = \frac{H'_{0t,x}}{H_{0t,x}} = \frac{2n_t'^2 (N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i)}{n_t'^2 (N_{st} \cos \theta'_i + iN_{qt} \cos \zeta'_i) + n_t^2 (N'_{st} \cos \theta'_t + iN'_{qt} \cos \zeta'_t)}. \end{cases} \quad (30)$$

这表明，在吸收性介质界面上的反射波和折射波存在相位差。

### 特例：非吸收性介质—非吸收性介质界面上的 Fresnel 公式

当介质均为非吸收性时，考虑入射波为均匀波，则有效折射率为  $N_s = n$ ,  $N_q = 0$ ，电磁波在介质中为横波。假定介质的相对磁导率为 1（光学介质），入射和折射介质分别用 i、t 表示，则式（17）和式（23）、式（28）和式（30）两组公式可简化为相同的 Fresnel 公式：

$$\begin{cases} r_{E,TE} = \frac{E_{0r,x}}{E_{0i,x}} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}, \\ t_{E,TE} = \frac{E_{0t,x}}{E_{0i,x}} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}; \end{cases} \quad (31)$$

$$\begin{cases} r_{H,TM} = \frac{H_{0r,x}}{H_{0i,x}} = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_t \cos \theta_i + n_i \cos \theta_t}, \\ t_{H,TM} = \frac{H_{0t,x}}{H_{0i,x}} = \frac{2n_t \cos \theta_i}{n_t \cos \theta_i + n_i \cos \theta_t}. \end{cases} \quad (32)$$

利用横波电磁量之间的关系  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \mathbf{H}(\mathbf{r}) \times \mathbf{s}$ ，可得

$$\begin{cases} r_{E,TE} = \frac{E_{0r,x}}{E_{0i,x}} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}, \\ t_{E,TE} = \frac{E_{0t,x}}{E_{0i,x}} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}; \\ r_{E,TM} = r_{H,TM} = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_t \cos \theta_i + n_i \cos \theta_t}, \\ t_{E,TM} = \frac{n_i}{n_t} t_{H,TM} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_t \cos \theta_i + n_i \cos \theta_t}. \end{cases} \quad (33)$$

这与马科斯·玻恩等<sup>[1]</sup>的光学原理书上的结果一致。

## 5 结论

光在吸收性介质中传播和衰减的有效折射率不但与入射角、介质的折射率、吸收性介质的复折射率有关，还与两单位矢量之间的夹角有关。光通过介质/吸收性介质的反射系数和透射系数与入射角、介质的折射率、吸收性介质的复折射率有关；而光在吸收性介质/介质边界时的反射系数和透射系数除了与以上参数有关外，还与吸收性介质中两单位矢量之间的夹角有关，而且光由吸收性介质折射到介质时，折射光为非均匀光波；光通过介质/吸收性介质、吸收性介质/介质界面的反射系数和透射系数均可退化为介质/介质的特殊情况。

### [参考文献] (References)

- [1] SHIRLEY J W. An early experimental determination of Snell's law[J]. American Journal of Physics, 1951, 19(9): 507-508.
- [2] 姚启钧. 光学教程[M]. 3版. 北京: 高等教育出版社, 2002.  
YAO Q J. Optics tutorial[M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2002. (in Chinese)
- [3] 赵凯华, 钟锡华. 光学[M]. 北京: 北京大学出版社, 2003.  
ZHAO K H, ZHONG X H. Optics[M]. Beijing: Peking University Press, 2003. (in Chinese)

- [4] 高润梅. 自然光在两种介质表面发生反射和折射时偏振特性[J]. 兰州大学学报(自然科学版), 2008, 44(增): 292-294.  
GAO R M. Polarization characteristics studies when natural light in the two dielectric surface reflectance and refraction[J]. Journal of Lanzhou University (Natural Sciences), 2008, 44(Suppl.): 292-294. (in Chinese)
- [5] 韩璐, 王兆娜. 推导广义的反射定律和折射定律的两种方法[J]. 大学物理, 2013, 32(3): 49-52.  
HAN L, WANG Z N. Two methods for general laws of reflection and refraction for metasurface with phase discontinuity[J]. College Physics, 2013, 32(3): 49-52. (in Chinese)
- [6] CHIU M H, LEE J Y, SU D C. Refractive-index measurement based on the effects of total internal reflection and the uses of heterodyne interferometry[J]. Applied Optics, 1997, 36(13): 2936-2939.
- [7] 陈强华, 罗会甫, 王素梅, 等. 基于表面等离子体共振和双频激光干涉相位测量的空气折射率测量[J]. 中国激光, 2013, 40(1): 180-186.  
CHEN Q H, LUO H F, WANG S M, et al. Measurement of air refractive index based on surface plasmon resonance and phase detection by dual-frequency laser interferometry[J]. Chinese Journal of Lasers, 2013, 40(1): 180-186. (in Chinese)
- [8] 马利祥, 李范鸣, 牛继勇, 等. 基于复折射率的偏振模型及其应用[J]. 激光与红外, 2013, 43(10): 1138-1141.  
MA L X, LI F M, NIU J Y, et al. Polarization model based on complex refractive index and its applications[J]. Laser & Infrared, 2013, 43(10): 1138-1141. (in Chinese)
- [9] CHIU M H, LEE J Y, SU D C. Complex refractive-index measurement based on Fresnel's equations and the uses of heterodyne interferometry[J]. Applied Optics, 1999, 38(19): 4047-4052.
- [10] LEUPACHER W, PENZKOFER A. Refractive-index measurement of absorbing condensed media[J]. Applied Optics, 1984, 23(10): 1554-1558.
- [11] 马科斯·玻恩, 埃米尔·沃耳夫. 光学原理[M]. 5版. 杨葭荪, 译. 北京: 科学出版社, 1978.  
BORN M, WOLF E. Principles of optics[M]. 5th ed. Translated by YANG X S. Beijing: Science Press, 1978. (in Chinese)
- [12] GARCIA-POMAR J L, NIETO-VESPERINAS M. Transmission study of prisms and slabs of lossy negative index media[J]. Opt. Exp., 2004, 12(10): 2081-2095.
- [13] 顾闻, 邬云骅, 陈岳瑞, 等. 光在金属界面的传输特性研究[J]. 红外与毫米波学报, 2009, 28(1): 31-34.  
GU W, WU Y H, CHEN Y R, et al. Study on the properties of light propagation at the metal interface[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2009, 28(1): 31-34. (in Chinese)
- [14] 张秋长. 光在金属界面传播的实折射角计算[J]. 厦门大学学报(自然科学版), 2015, 54(2): 242-246.  
ZHANG Q Z. The refraction angle of light propagation at absorbing media interface[J]. Journal of Xiamen University (Natural Science), 2015, 54(2): 242-246. (in Chinese)
- [15] 郭硕鸿. 电动力学[M]. 2版. 北京: 高等教育出版社, 1997.  
GUO S H. Electrodynamics[M]. 2th ed. Beijing: Higher Education Press, 1997. (in Chinese)