考虑可变加速模式的交通流元胞自动机模型

丁建勋，郑杨边牧

（合肥工业大学汽车与交通工程学院，合肥 230009）

摘要：现有的大多数元胞自动机（cellular automaton，CA）模型都假设司机采取谨慎型逐步加速行为，没有考虑加速度的产生与车辆当前速度之间的内在联系。本研究在 NS 模型的基础上，融入了一种可变的加速模式，并且修正了慢化行为发生时只能减速一个单位元胞的常规设定，从而得到一个改进的交通流 CA 模型。数值实验表明，该模型可以很好地描述司机可变加速对交通流的影响，相同慢化概率水平下静止车辆与运动车辆慢化发生时不同减速幅度的引入，可以刻画交通流中亚稳态和回滞等复杂现象。

关键词：交通运输系统工程；交通流；元胞自动机模型；可变加速模式

中图分类号：U491.1　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1674-2850(2016)20-2106-07

A cellular automaton model of traffic considering the variable acceleration mode

DING Jianxun, ZHENG Yangbianmu

(*School of Automotive and Transportation Engineering*, *Hefei University of Technology*, *Hefei* 230009, *China*)

Abstract: Most of cellular automaton (CA) models of traffic have taken the relationship between the acceleration and the specific value of current velocity into account. On the base of Nagel-Schrechenberg (NS) model, this paper presents a modified CA model in which the variable acceleration mode and the slowdown in the rate from the randomization behavior were investigated. Numerical simulation results show that the proposed model can reveal the influence of driver's variable acceleration mode on traffic and generate metastable states or hysteresis in traffic flow under the same level of randomization probability and different rates from the slowdown behaviors.

Key words: transportation systems engineering; traffic flow; cellular automaton model; variable acceleration mode

0 引言

近年来，交通流的各种复杂非线性现象引起了学者们的广泛关注，从刻画驾驶行为切入，各种各样的理论模型迅速发展起来[1]。CA 模型可以较好地刻画粒子运动的多种微观特性，因此许多学者采用该模型描述车辆和人的行为来研究交通现象产生的机理和根源，其中最早的 CA 模型是 NAGEL 和 SCHRECKENBERG 提出的 NS 模型[2]。大量的既有研究成果表明，CA 模型适用于模拟道路交通流，再现和分析各种非线性交通现象[3~6]。

NS 模型规则虽然简单，却可以反映交通流的密度、速度、流量之间的基本关系，并可以刻画一些基本现象，如自发性堵塞现象等。随后，学者们对 NS 模型做了一系列改进，来进一步刻画更复杂的交通流现象，如亚稳态、回滞现象。现有研究表明，降低堵塞区域内静止车辆的前行概率，即对静止车辆施加慢

基金项目：高等学校博士学科点专项科研基金（新教师基金）（20110111120023）

作者简介：丁建勋（1981—），男，副教授，主要研究方向：交通运输规划与管理. E-mail: dingjianxun@hfut.edu.cn

启动规则可以再现亚稳态现象。采用 CA 模型，这方面比较著名的研究有依靠速度的随机慢化（velocity-dependent randomization，VDR）模型[7]、BJH 模型[8]和 T^2 模型[9]。VDR 模型通过引进与速度相关的随机慢化概率[$P=f(v)$]，考虑了静止车辆的慢启动行为。若考虑记忆效应，BJH 模型则融入了前一时刻的驾驶信息，对于在 t–1 时刻减速刹车状态则在后续的行驶中延缓加速，显然，这是一种“时间”规则。不同于 BJH 模型，T^2 模型引入了一种“空间”规则，其假设：如果车辆静止且前方仅有一个空格，那么此车将会以一定的概率加速，不再表现出确定性加速行为。

上述 CA 模型都可以描述交通堵塞及堵塞过程中出现的亚稳态和回滞等非线性现象，但都基于谨慎驾驶行为。这一假设虽然简单有效，却忽视了司机行车过程中复杂多变的加速行为，如 FI 模型[10]中体现的激进型加速行为，离散化最优速度（optimal velocity，OV）模型[11]中最优加速的理性驾驶行为。基于一维跟驰模型（car-following model），可考虑驾驶员的预测行为[12]，也可进一步考虑前方多个车辆的信息[13]或者多条车道、道路上多变的行车工况、偶发拥堵状况[14~17]。本文假设行车过程中司机的加速度依赖于其当前速度，司机低速行驶时容易带来较大加速的冲动，而在高速行驶过程中则倾向于较小的加速。

1 模型

将一条长度为 L 的道路划分为若干个离散的元胞，每个元胞的长度一般取 $\Delta x=7.5$ m，它或为空或被一辆车占据，每辆车的速度可以取 $0,1,2,\cdots,v_{\max}$，此处 $v_{\max}$ 为最大速度。取模拟迭代的时间步长为 1 s，NS 模型的演化规则如下：

1）加速，$v_n(t+1)\to\min\left(v_n(t)+1,v_{\max}\right)$；

2）减速，$v_n(t+1)\to\min\left(v_n(t+1),\mathrm{gap}_n(t)\right)$；

3）以概率 P 随机慢化，$v_n(t+1)\to\min\left(v_n(t+1)-1,0\right)$；

4）位置更新，$x_n(t+1)\to x_n(t)+v_n(t+1)$.

其中，$x_n(t)$ 和 $v_n(t)$ 分别为第 n 辆车在 t 时刻的位置和速度；$\mathrm{gap}_n(t)$ 为第 n 辆车在 t 时刻与前方紧邻车辆之间的距离，$\mathrm{gap}_n(t)=x_{n-1}(t)-x_n(t)-1$；$P$ 为车辆速度的随机慢化概率，即以概率 P 降低速度一个单位。

由前文可见，NS 模型在加速过程采取了谨慎的逐步加速方式，即加速度设为 a=1. 然而实际中，由于面临的车头距以及当前速度的不同，司机的加速行为也呈多样性的表现。与 NS 模型对应，FI 模型中考虑了一种比较激进的加速行为，通过调整 a=$d_n(t)-v_n(t)$，实现了当前速度的激进变化，即 $v_n(t)$=$\min\left(v_{\max},d_n(t)\right)$. 在激进和谨慎加速之间，也存在着一些其他的加速模式，如将 OV 模型离散化，速度可以看作车头距的函数，即 $v_n^{\mathrm{o}}(t)$=$f\left(d_n(t)\right)$，进而得到一个较为理想的加速度变化水平[$a=v_n^{\mathrm{o}}(t)-v_n(t-1)$]。然而，基于 OV 思想的 CA 模型，隐含了一种假设：司机具有完全理性且在瞬间具有精确推理、高速处理复杂数据的能力，这种假设显然违背了司机往往倾向于根据常识调整驾驶行为。本文考虑司机实际行车时的常见驾驶习惯：司机面临低速行驶时，加速程度较大，而在高速行驶时加速程度较小。在此基础上，将加速度视为司机当前速度的递减函数，即 $a=f\left(v_n(t)\right)$. 函数 $a=f\left(v_n(t)\right)$ 的具体形式取决于司机本身的驾驶特征，用以刻画面临不同速度行驶情形下加速行为的敏感程度。特殊情况下，若 $f\left(v_n(t)\right)=1$，为 NS 模型；若取 $f\left(v_n(t)\right)=v_{\max}-v_n(t)$，则为 FI 模型。为方便讨论和比较，

本文采取另外一种刻画生成加速度的形式：

$$a=\left\lfloor\left[v_{\max}-v_n(t)\right]/2\right\rfloor, \tag{1}$$

其中，函数$\lfloor x\rfloor$表示一个不大于x的整数y，即$y\leqslant x$.

进一步的分析表明，NS 模型及相关研究中，慢化行为通常理解为由司机的过度反应、激进行为等随机因素引致。在以上诸多模型中，一般给定特定的概率描述慢化行为，可以揭示在较长时间范围内慢化发生的总体状况，却难以反应在同一个时间步内慢化致使减速程度的大小。这里用a_{r}表示一次慢化行为发生致使的减速幅度，显然，在 NS、FI 等模型中取$a_{\mathrm{r}}=1$. 实际行车中，这种改变的幅度a_{r}理应与加速度a密切相关[$a_{\mathrm{r}}=f(a)$]。具体而言，在$a>0$范围内，a_{r}随a增大而增大；而针对$a\leqslant 0$的情形，a_{r}对于a的变化反应不敏感。为便于表述，选取如下形式（可参考文献[12]）：

$$a_{\mathrm{r}}=\begin{cases}\lfloor(1-\alpha)a+0.5\rfloor, & a>0,\\ 1, & a\leqslant 0,\end{cases} \tag{2}$$

其中，$1-\alpha$为加速度a的比例系数，$\alpha\in[0,1]$. 容易发现，α取值越大，面临加速后发生慢化则减速幅度越小。特殊情形下，若α接近于 0，可得$a_{\mathrm{r}}=a$；若α接近于 1，可得$a_{\mathrm{r}}=0$. 考虑到普遍存在的慢启动行为，系统中静止车辆和运动中车辆具有不同的减速幅度，于是，可以令

$$\alpha=\begin{cases}\alpha_0, & v(t)=0,\\ \alpha_1, & v(t)>0.\end{cases} \tag{3}$$

式（3）反映了存在慢化行为发生时，$\alpha_0\leqslant\alpha_1$保证了静止车辆具有更大的减速幅度。

于是，新的 CA 模型中的更新规则如下：

1）由类似于式（1）的加速模式确定加速度a，由式（2）、式（3）确定减速幅度a_{r}及比例系数α；

2）加速，$v_n(t+1)\to\min\left(v_n(t)+a,v_{\max}\right)$；

3）减速，$v_n(t+1)\to\min\left(v_n(t+1),\mathrm{gap}_n(t)\right)$；

4）随机慢化（以概率P降低速度），$v_n(t+1)\to\min\left(v_n(t+1)-a_{\mathrm{r}},0\right)$；

5）位置更新，$x_n(t+1)\to x_n(t)+v_n(t+1)$.

2 数值模拟与分析

设道路长为$L=7\ 500$ m，被分成 1 000 个元胞（每个元胞的长度为 7.5 m），车速范围为$[0,v_{\max}]$，其中，$v_{\max}=5$ cells/s（即$v_{\max}=135$ km/h）. 模拟开始时刻，车辆按照两种不同的初始分布行驶在道路上：均匀分布（Hom）或者堵塞分布（Jam）。采用本文提出的 CA 模型研究周期性边界条件下的一些交通流特性，其中密度ρ、平均速度v和流量q的定义如下：

$$\rho=\frac{N}{L}, \tag{4}$$

$$v=\frac{1}{T-t_0}\sum_{t=t_0+1}^{t=T}\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}v_i(t)\right), \tag{5}$$

$$q=\rho v, \tag{6}$$

其中，T 为模拟总时步数；N 为车辆总数。模拟中取 $T=11\,000$，$t_0=10\,000$，统计了 20 个样本速度-密度、流量-密度关系基本图以及描述车辆运动的时空斑图，都是针对最后 1 000 时步完成的。

针对新的 CA 模型，选取两种模式刻画加速步骤中的加速度调整形式：模式 1（Mode 1）对应 $a=v_{\max}-v_n(t)$，而模式 2（Mode 2）对应 $a=\left[\left[v_{\max}-v_n(t)\right]/2\right]$. 其他参数设置为 $\alpha_0=0$，$\alpha_1=0.9$，用以体现静止车辆和运动车辆不同的启动行为。

图 1 显示了不同慢化概率水平下的流量-密度基本图，由图 1 可以清晰看到，所有在相同的慢化概率水平之下不同模式对应的基本图基本吻合。原因在于，平均意义上来看，较低的慢化水平致使系统中仅有少量的车辆发生慢化行为，而伴随慢化行为发生的不同减速程度带来的扰动将会很快消散，不会形成大面积的宽运动堵塞现象。即便是在不同的车辆初始分布之下，由于较低的慢化概率，这种扰动可以发挥的作用未能得到强化，也不会形成大面积的宽运动堵塞现象以及亚稳态、回滞现象。此外，慢化概率的大小影响系统流量的高低，慢化概率越大，则在相应的密度范围内对应的系统流量越小，如图 1 所示。

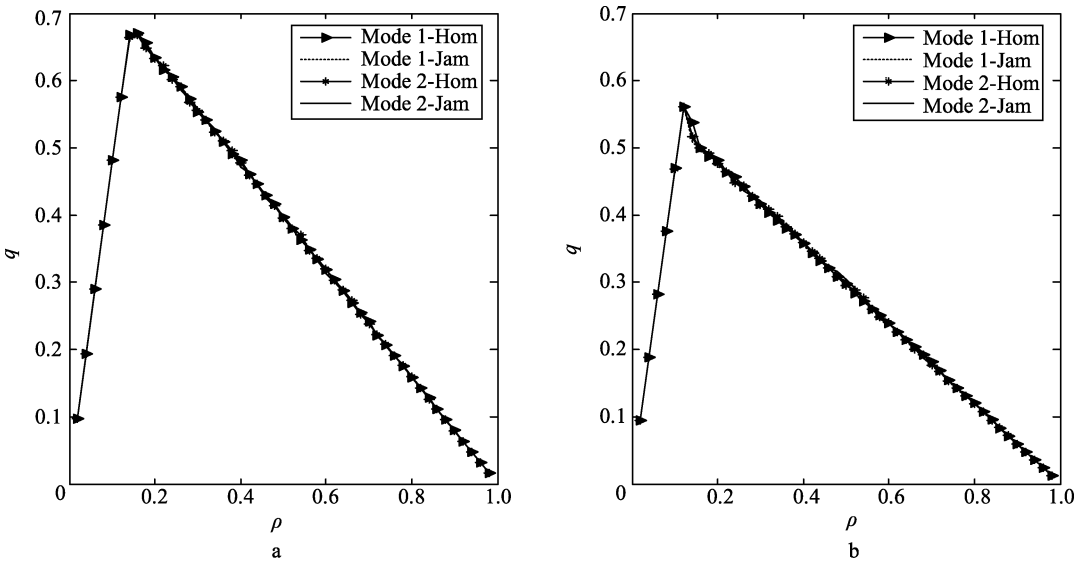

图 1 流量-密度关系图

Fig. 1 Flow-density diagrams

a—对应慢化概率 $P=0.2$；b—对应慢化概率 $P=0.4$

a-Randomization probability $P=0.2$; b-Randomization probability $P=0.4$

进一步提高慢化概率水平，可以得到图 2 所示的不同模式及不同初始车辆分布下的速度-密度关系和流量-密度关系基本图，从中发现：

1）不论是在模式 1 还是模式 2 之下，速度总是密度的递减函数，当密度小于某临界值时，行驶速度接近于最大速度，对应于自由流。流量先随密度的上升而增加，当密度超过某临界值后，流量开始下降，上升段对应于自由流，密度临界值与采取的模式相关，下降段对应于堵塞流。

2）考虑到车辆不同的初始分布情况，均匀分布（Hom）和堵塞分布（Jam）两种情况下在中等密度区间内（$\rho\in[\rho_1,\rho_2]$），系统的流量与密度并非一一对应关系。这种情形主要产生于：均匀分布下，存在静止车辆的可能性较小，因此针对慢化较大程度减速的行为能够造成的影响也较小；而在堵塞分布下，堵塞队伍较长，大量车辆发生慢化后都将发生较大幅度的减速，又由于慢化概率取值较高（$P=0.5$），因此堵塞难以消散，相对于均匀分布情况，会提前进入堵塞流状态。

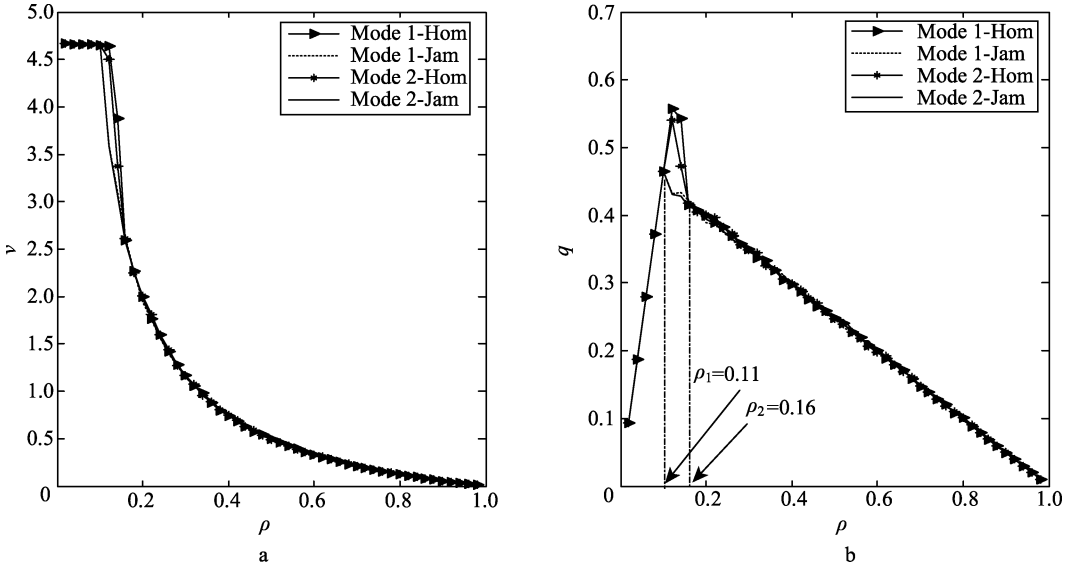

图 2 慢化概率 $P=0.5$ 下的速度−密度关系（a）和流量−密度关系（b）

Fig. 2 Speed-density diagram (a) and flow-density diagram (b) when the randomization probability $P=0.5$

3）比较模式 1 和模式 2 对系统流量造成的影响可以发现，在较高密度和低密度区域内，不同的加速模式对系统影响不大。因为在低密度区域内，车辆通常以接近于最大速度向前行驶，按照本文基于的常识，速度越大，存在的加速空间就越小，不论是模式 1 还是模式 2，都不能很大程度地改变加速度 a；与之对应，在高密度区域内，平均意义上来说，由于受到车头距普遍较小的限制，加速度 a 变化的范围也很有限，因此加速模式的改变也不能对系统流量产生显著影响。在特定临界密度附近，车辆容易以多样的速度向前行驶，也面临较为宽松的车头距，加速模式的改变会给系统流量带来一些变化，如模式 1 和模式 2 都面临均匀的初始分布时，由于模式 1 中的加速行为表现更为激进，因此其流量较模式 2 产生的流量要高。

4）显然，若车辆采取的加速行为更为激进，则更加利于车辆行驶速度的提升，进而最大限度地有效利用前方车头距，同时带来流量的上升，如相同慢化方式的 NS 模型和 FI 模型，后者流量更高；若在相同的加速模式下，通过调整比例系数 α 改变慢化诱发的减速幅度，容易发现，减速幅度越小，导致车辆平均速度越高，对应系统流量也随之升高。相关的模拟容易验证此结论，限于篇幅，不再赘述。

图 1 和图 2 显示，慢化概率水平 P 越小（$P=0.2$，0.4），亚稳态现象产生的密度区间 $[\rho_1,\rho_2]$ 越小，$P=0.2$ 情形下，临界密度 ρ_1 和 ρ_2 基本重合。反之，慢化概率水平 P 不断增大，亚稳态现象产生的密度区间 $[\rho_1,\rho_2]$ 也在增大。

图 3 a～图 3c 分别对应 NS 模型以及车辆初始分布分别为均匀（Hom）和拥堵（Jam）在模式 1 下产生的时空图。初始密度 $\rho_0=0.13$ 辆/m（注：初始密度处于较高或者较低密度区间时对时空斑图没有定性影响，文中只给出了对应一个初始密度的时空斑图，以节省篇幅）. 由图 3 可发现，该密度下，NS 模型会产生自发性堵塞现象，这种现象由随机慢化的发生导致。而对于新的 CA 模型（取模式 1 为例），在初始均匀分布车辆的情况下，所有车辆依然处于自由流状态，以接近于最大速度向前行驶。同样的密度下，若改为堵塞的初始分布，由于大量存在的静止车辆均面临着较大的减速幅度，局部的堵塞会逐渐形成较宽幅度的堵塞，且不断向后传播难以消散。从而，堵塞和自由流状态共存现象发生（如图 3c 所示），也就是出现了相分离现象，同时验证了亚稳态的存在。

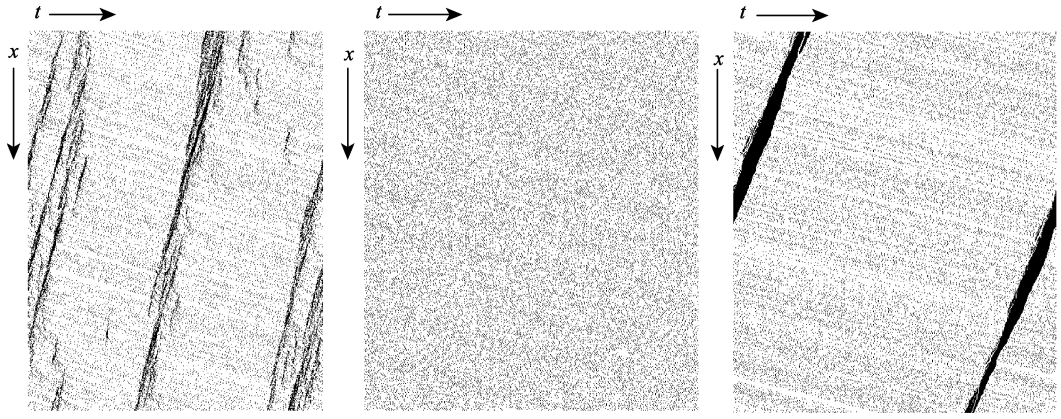

图 3 车辆运动的时空斑图

Fig. 3 Temporal-spatial profiles of vehicle motion

a—NS 模型；b—模式 1 下，对应车辆初始时为均匀分布；c—模式 1 下，对应车辆初始时为堵塞分布

a-NS model; b-Uniform distribution of initial vehicles at Mode 1; c-Congestion distribution initial vehicles at Mode 1

上述分析表明，CA 模型中交通流的演化与采用的加速模式和慢化带来的减速幅度有关，可以说，司机真实的加速及随机等行为是交通流诸多复杂现象产生的根源。

3 结论

多数已有的 CA 模型是基于谨慎的、单一的逐步加速行为构造而成，不能反映多种多样的加速行为，且没有考虑慢化带来的各式各样的减速幅度，显然，与实际情况不符。本文在标准 NS 模型的基础上考虑了加速行为以及慢化行为的多种形式，结合慢启动规则，得到一个改进的一维交通流 CA 模型。数值实验表明，考虑司机可变加速行为和可变减速幅度行为，通过针对所有车辆施加相同的较高慢化水平，就静止车辆和运动车辆施加不同慢化幅度，可以再现亚稳态和回滞现象。从另外一个侧面更加细致深入地补充了由慢启动产生亚稳态现象的研究。

[参考文献] (References)

[1] NAGEL K. A cellular automaton model for freeway traffic[J]. Journal of Physique I France, 1992, 2(12): 2221-2229.

[2] HELBING D, HERRMANN H J, SCHRECKENBER M, et al. Traffic and granular flow’99: social, traffic, and granular dynamics[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2012.

[3] KNOOP V L, LINT H V, HOOGENDOOMS P. The impact of traffic dynamics on macroscopic fundamental diagram[J]. Civil Engineering & Geosciences, 2013, 16: 236-250.

[4] KERNER B S, KLENOV S L, SCHRECKENBERG M. Simple cellular automaton model for traffic breakdown, highway capacity, and synchronized flow[J]. Physical Review E, 2011, 84(4): 2149-2157.

[5] 丁建勋，黄海军，唐铁桥. 交通流元胞自动机模型中慢化行为[J]. 吉林大学学报（工学版），2009（增 2）：66-70.
DING J X, HUANG H J, TANG T Q. Random noise in driving behavior based on cellular automata[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2009(Suppl. 2): 66-70. (in Chinese)

[6] 孙棣华，田川. 考虑驾驶员预估效应的交通流格子模型与数值仿真[J]. 物理学报，2011，60（6）：836-842.
SUN D H, TIAN C. A traffic flow lattice model with the consideration of driver anticipation effect and its numerical simulation[J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(6): 836-842. (in Chinese)

[7] BARLOVIC R, SANTEN L, SCHADSCHNEIDER A, et al. Metastable states in cellular automata for traffic flow[J]. Physics of Condensed Matter, 1998, 5(3): 793-800.

[8] BENJAMIN S C, JOHNSON N F, HUI P M. Cellular automata models of traffic flow along a highway containing a junction[J]. Journal of Physics A: Mathematical and General, 1996, 29(12): 3119-3127.

[9] TAKAYASU M, TAKAYASU H. Phase transition and 1/f type noise in one dimensional asymmetric particle dynamics[J]. Fractals, 1993, 1(4): 860-866.

[10] FUKUI M, ISHIBASHI Y. Traffic flow in 1D cellular automaton model including cars moving with high speed[J]. Journal of the Physical Society of Japan, 1996, 65(6): 1868-1870.

[11] EMMERICH H, RANK E. An improved cellular automaton model for traffic flow simulation[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 1997, 234(3): 676-686.

[12] LÁRRAGA M E, del RÍO J A, SCHADSCHNEIDER A. New kind of phase separation in a CA traffic model with anticipation[J]. Journal of Physics A: Mathematical and General, 2004, 37(12): 3769-3781.

[13] TANG T Q, LI C Y, HUANG H J. A new car-following model with the consideration of the driver's forecast effect[J]. Physics Letters A, 2010, 374(38): 3951-3956.

[14] PENG G H, SUN D H. A dynamical model of car-following with the consideration of the multiple information of preceding cars[J]. Physics Letters A, 2010, 374(15): 1694-1698.

[15] TANG T, WANG Y, YANG X, et al. A new car-following model accounting for varying road condition[J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 70(2): 1397-1405.

[16] 唐夕茹，陈艳艳. 基于改进型元胞自动机模型的双车道公路交通特征分析[J]. 北京工业大学学报，2014，40（1）：1-10.
TANG X R, CHEN Y Y. Traffic characteristic analysis of two-lane highway under the improved CA model[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2014, 40(1): 1-10. (in Chinese)

[17] 吴义虎，李意芬，喻伟，等. 基于元胞自动机的城市道路偶发性拥堵交通行为模拟[J]. 交通科学与工程，2014（2）：72-78.
WU Y H, LI Y F, YU W, et al. A simulation of the traffic behavior of the propagation of urban coincidental traffic jams based on the cellular automata model[J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2014(2): 72-78. (in Chinese)