

基于动力学前馈的3-RPS并联平台柔顺控制研究

赵福琛¹, 张英¹

¹ 北京邮电大学现代邮政学院, 北京 100876

摘要: 针对3-RPS并联机构平台人机交互时的安全性和舒适性问题的, 设计了一种基于动力学前馈的柔顺控制策略, 无需力传感器, 可降低系统复杂性, 实现柔顺控制。对3-RPS并联机构的逆运动学、逆动力学和动力学前馈模型展开分析, 在此基础上加入PID反馈, 并在Simulink中搭建仿真系统, 分析对比加入PID反馈前后对系统轨迹跟踪精度的影响。实验结果表明本文设计的算法在加入PID反馈后能够大幅度提升轨迹跟踪精度, 并且柔顺效果良好、响应速度快。

关键词: 3-RPS; 逆运动学分析; Kane; 动力学前馈

中图分类号: TP24

Compliance Control of 3-RPS Parallel Platform Based on Dynamics Feedforward

ZHAO Fuchen¹, ZHANG Ying¹

¹ School of Modern Post, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876

Abstract: Aiming at the safety and comfort of the 3-RPS parallel mechanism platform during human-computer interaction, a soft and smooth control strategy based on dynamics feedforward is designed, which does not need force sensors, reduces the system complexity, and realizes soft and smooth control. The inverse kinematics, inverse dynamics and dynamics feedforward model of the 3-RPS parallel mechanism are analyzed, based on which PID feedback is added, and a simulation system is built in Simulink to analyze and compare the effects on the trajectory tracking accuracy of the system before and after adding PID feedback. The experimental results show that the algorithm designed in this paper can greatly improve the trajectory tracking accuracy after adding PID feedback, and has good suppleness effect and fast response speed.

Key words: 3-RPS; Inverse Kinematics Analysis; Kane; Dynamic feedforward

0 引言

为实现3-RPS并联机构自动化和主动柔顺, 研究分析有效的柔顺控制方法就显得尤为重要, 以确保3-RPS并联平台在不同环境下能够满足工作要求。为了使并联机器人达到更好的柔顺控

作者简介: 赵福琛 (1998-), 男, 主要研究方向: 机器人机构学

通信联系人: 张英 (1987-), 女, 副教授, 主要研究方向: 机器人机构学. E-mail: graduate_yingzh@bupt.edu.cn

制效果和更高的控制精度要求，许多学者在这方面做了大量的研究。

Caccavale等人^[1]在工业机械臂上应用了动力学前馈控制，相比单纯的反馈控制减小了跟踪误差。董恂等人^[2]采用基于动力学前馈的控制方法，直接对关节进行力矩补偿，再基于所建立的机器人关节的数学模型，对前馈算法的补偿量进一步映射到电机电流环，提升了关节响应速度。杜玉红等人^[3]提出一种基于广义坐标形式动力学模型补偿电机的期望转矩与实际转矩之间的误差，实时跟踪电机转矩实现零力控制，并在6-RUS并联机器人平台上验证算法的有效性。Mu等人^[4]针对冗余机械臂采用了动力学前馈控制，实验结果标明其在保持系统快速响应的同时具备很高的轨迹跟踪精度。李芳等人^[5]提出一种基于PI逆模型的模糊PID控制算法，能够补偿模型的误差，抑制外部扰动，并在PAM驱动的3自由度并联试验平台进行实验，结果表明动态轨迹跟踪效果较好。Liu等人^[6]基于阻抗控制理论研究了无误差力跟踪的轨迹规划方法，运用李亚谱诺夫稳定性理论提出了并联驱动的柔顺控制策略，结果表明力跟踪方法和柔顺控制策略能确保主动训练的安全性。Jamwal等人^[7]基于模糊控制的闭环反馈控制策略，提出了一种化算法SPEA2，并在六自由度并联机器人进行实验验证，得到了出色轨迹跟踪效果。

前馈控制是一种预测控制，通过对系统当前工作状态的了解，预测下一阶段的运行状况。本文提出了一种基于动力学前馈补偿的力柔顺控制方法，该方法需要伺服电机以力矩模式工作，不需要力传感器即可实现力柔顺控制。

1 逆运动学分析

3-RPS并联机构如图1所示，它具有上下移动、左右摇摆和前后俯仰三个自由度。动平台和定平台之间由3条并联的R副、P副和S副连接， $B_i (i = 1, 2, 3)$ 表示动平台上的S副中心， $A_i (i = 1, 2, 3)$ 表示定平台R副中心，S副和R副之间由P副连接，机构由P副驱动， $l_i (i = 1, 2, 3)$ 表示P副的长度。定平台上 $\Delta A_1 A_2 A_3$ 和动平台 $\Delta B_1 B_2 B_3$ 是相似的等边三角形，外接圆半径分别为 R_2 和 R_1 。建立如图1所示的定坐标系 $O-XYZ$ 和动坐标系 $O'-xyz$ ，原点 O 位于定平台的中心点， X 轴指向 A_1 点， Y 轴平行于 $A_2 A_3$ ， Z 轴方向竖直向上；原点 O' 位于动平台中心点， x 轴指向 B_1 点， y 轴平行于 $B_2 B_3$ ， z 轴方向竖直向上。

3-RPS机构是[PP]S类机构的一种，这类机构没有绕垂直于动平台的轴线的转动运动，也称为“零扭转”并联机构。这类机构定义为：在运动过程中，连接三角形运动平台的3个球铰链在3个不同的平面内作平面运动的并联机构，采用方位角与摆角法^[8]描述运动平台姿态，与传统欧拉角相比，只需两个参数就可以表示动坐标系到定坐标系的旋转矩阵 R ：

$$R = \begin{bmatrix} \cos^2 \beta (1 - \cos \gamma) + \cos \gamma & \sin \beta \cos \beta (1 - \cos \gamma) & \sin \beta \sin \gamma \\ \sin \beta \cos \beta (1 - \cos \gamma) & \sin^2 \beta (1 - \cos \gamma) + \cos \gamma & -\cos \beta \sin \gamma \\ -\sin \beta \sin \gamma & \cos \beta \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中， β 表示动坐标系 $O'xy$ 平面内过圆点 O' 的任一轴线 a 与 x 轴的角度，称为方位角； γ 为绕该轴线的转角，也就是动平台绕该轴线的摆角。

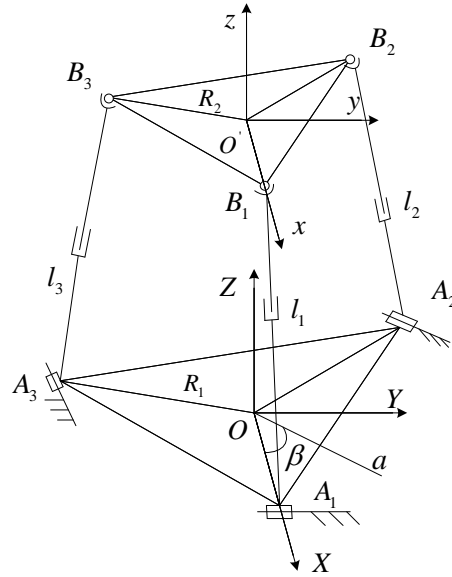


图 1: 3-RPS并联机构结构简图

考虑结构特点, 3-RPS机构动平台 B_1 、 B_2 、 B_3 三点的轨迹是分布在

$$Y = 0 \tag{2}$$

$$Y = -\sqrt{3}X \tag{3}$$

$$Y = \sqrt{3}X \tag{4}$$

三个垂直平面内。

根据动坐标系到定坐标系的旋转矩阵 \mathbf{R} , 可以求得点 $B_i(i = 1, 2, 3)$ 在定坐标系中的坐标矢量 \mathbf{P}_{B_i} :

$$\mathbf{P}_{B_i} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{r}_{B_i} + (X_p, Y_p, Z_p)^T \tag{5}$$

式中, \mathbf{r}_{B_i} 是 B_i 在动坐标系 $O'-xyz$ 中的坐标矢量。

根据式(2)~(5), 得到3个约束方程为:

$$Y_p = -rx_j \tag{6}$$

$$X_p = r(x_i - y_j)/2 \tag{7}$$

$$x_j - y_i = 0 \tag{8}$$

由式(1)~(8), 可以求得

$$X_p = r \cos 2\beta(1 - \cos \gamma)/2 \tag{9}$$

$$Y_p = -r \sin 2\beta(1 - \cos \gamma)/2 \tag{10}$$

3-RPS并联机构的5个输出参数($X_p, Y_p, Z_p, \beta, \gamma$)中,只有三个是独立的。在给定末端姿态(Z_p, β, γ)3个参数后,由式(9)和式(10),可以求出动平台几何中心 P 点在定坐标系下的坐标 $\mathbf{P} = (X_p, Y_p, Z_p)^T$ 和旋转矩阵 \mathbf{R} 。

由式(5)求得动平台 $B_1、B_2、B_3$ 三点坐标矢量 \mathbf{P}_{B_i} ,与 $A_1、A_2、A_3$ 三点坐标矢量求解得到 P 副的向量 $L_i(i = 1, 2, 3)$,进一步求解得到向量 $L_i(i = 1, 2, 3)$ 的模长 $l_i(i = 1, 2, 3)$,即3条支链的长度,完成3-RPS并联机构平台的运动学逆解。

2 逆动力学分析

基于Kane方法建立3-RPS并联机构的动力学方程^[9, 10]:

$$F_i^r + F_i^{*r} = 0 \quad (11)$$

式(11)中, F_i^r 是广义主动力, F_i^{*r} 是广义惯性力。即Kane方程可以描述为:作用在刚体 i 上相对于广义速度 v_i 的广义主动力 F_i^r 与广义惯性力 F_i^{*r} 之和等于0。

$$\begin{cases} F_i^r = F_i v_i^* + M_i \omega_i^* \\ F_i^{*r} = F_i^* v_i^* + M_i^* \omega_i^* \end{cases} \quad (12)$$

$$F_j^r = mg \cdot v_{m,j}^* + F_w \cdot v_{m,j}^* + \sum_{i=1}^3 F_i \left(\dot{l}_i s_i \right)_j^* + \sum_{i=3}^3 (m_{dg} \cdot v_{di,j}^* + m_{ug} \cdot v_{ui,j}^*) \quad (13)$$

$$F_k^r = mg \cdot v_{m,k}^* + M_w \cdot v_{m,k}^* + \sum_{i=1}^3 F_i \left(\dot{l}_i s_i \right)_k^* + \sum_{i=3}^3 (m_{dg} \cdot v_{di,k}^* + m_{ug} \cdot v_{ui,k}^*) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} F_j^{*r} = & -ma \cdot v_{m,j}^* \\ & - \sum_{i=1}^3 (m_d a_{ld_i} \cdot v_{ld_i,j}^* + m_u a_{lu_i} \cdot v_{lu_i,j}^*) \\ & - \sum_{i=1}^3 (I_{ld_i} \varepsilon_{l_i} + \omega_{l_i} \times I_{ld_i} \omega_{l_i}) \omega_{l_i,j}^* \\ & - \sum_{i=1}^3 (I_{lu_i} \varepsilon_{l_i} + \omega_{l_i} \times I_{lu_i} \omega_{l_i}) \omega_{l_i,j}^* \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
 F_k^{*r} = & - (I_m \varepsilon_m + \omega_m \times I_m \omega_m) \cdot \omega_{m,k}^* \\
 & - \sum_{i=1}^3 (m_d a_{ld_i} \cdot v_{ld_i,k}^* + m_u a_{lu_i} \cdot v_{lu_i,k}^*) \\
 & - \sum_{i=1}^3 (I_{ld_i} \varepsilon_{l_i} + \omega_{l_i} \times I_{ld_i} \omega_{l_i}) \omega_{l_i,k}^* \\
 & - \sum_{i=1}^3 (I_{lu_i} \varepsilon_{l_i} + \omega_{l_i} \times I_{lu_i} \omega_{l_i}) \omega_{l_i,k}^*
 \end{aligned} \tag{16}$$

式中 F_i 和 M_i 分别是作用在相应刚体质心的主矢和主矩； v_i^* 和 ω_i^* 是刚体 i 相对于广义速度的偏速度和偏角速度； $F_j^r (j = 1, 2, 3)$ 是对应于 v_x, v_y, v_z 的广义主动力， $F_k^r (k = 4, 5, 6)$ 是对应于 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 的广义主动力； $F_j^{*r} (j = 1, 2, 3)$ 是对应于 v_x, v_y, v_z 的广义惯性力， $F_k^{*r} (k = 4, 5, 6)$ 是对应于 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 的广义惯性力； I_{lu_i} 和 I_{ld_i} 是对应支链上、下连杆在定坐标系的惯性张量矩阵。

将式(11)~(16)合并整理成矩阵形式，得到一个线性方程，简记为：

$$JF = C \tag{17}$$

其中：

$$J = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 \\ G \cdot r_1 \times s_1 & G \cdot r_1 \times s_1 & G \cdot r_1 \times s_1 \end{bmatrix} \tag{18}$$

式中 J 为雅可比矩阵； F 为支链的驱动力， $F = (F_1, F_2, F_3)^T$ ； C 为式(11)中除 F 之外的其余项之和，可以通过式(13)~(16)代入到式(12)中整理得到。

3 基于动力学前馈柔顺控制系统设计

根据式(17)推导的3-RPS并联平台的逆动力学模型，可以得到3-RPS并联平台的动力学表达式：

$$F = C/J \tag{19}$$

整理矩阵，得到显式动力学模型：

$$\tau = M\ddot{q} + C\dot{q} + G \tag{20}$$

其中 τ 是 3×1 的列向量，表示3-RPS并联平台各支链的轴向受力。 M 是3-RPS并联平台包含转动惯量的矩阵， C 是包含离心力的矩阵， G 是包含重力和外力的矩阵。

如图2所示，是3-RPS并联机构末端运动平台的受力分析。在运动过程中，运动平台受到自身重力 G 、球铰关节的摩擦力矩 M_{fp} 和伺服电机的驱动力矩 F 。因为3-RPS并联平台具有上下移动、前后俯仰和左右摇摆三个方向的自由度，在运动过程中，可能受到沿 Z 轴的外力 F_w 、绕 x 轴的扭矩 M_x 和绕 y 轴的扭矩 M_y 三个方向的外力/力矩。

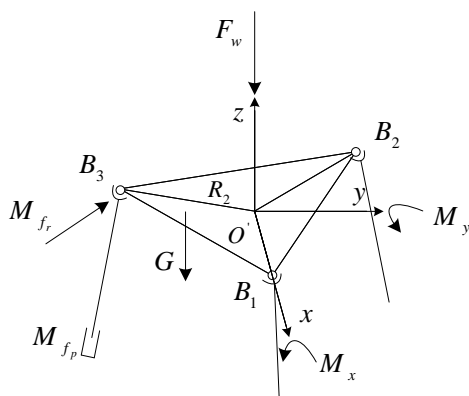


图 2: 3-RPS 并联平台末端受力分析

则在3-RPS 并联平台运动时，运动平台的静力学方程为：

$$F = G + F_f + F_w \tag{21}$$

式(21)中， F 为支链驱动力， G 为重力之和， F_f 为摩擦力之和， F_w 为外力之和。

前馈控制是一种预测控制，通过建立逆动力学模型，预测出下一阶段的驱动力。所以只有建立精确的动力学模型才能有针对性的给出预测补偿，但在实际工程中由于结构和质量等参数的累积误差，导致很难得到精确得动力学模型的。所以仅用前馈并不能达到良好的控制效果，这时就需要加入反馈，反馈的特点是根据偏差来决定控制输入，不管3-RPS 并联平台的动力学模型如何，只要有偏差就根据偏差进行纠正，可以有效的消除跟踪误差。

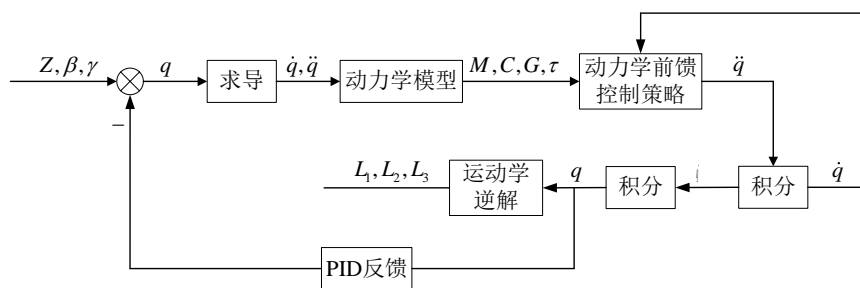


图 3: 动力学前馈+PID反馈控制系统流程图

本文在动力学前馈控制策略的基础上，增加PID反馈控制，结合二者的优点，提高了系统的响应速度和轨迹跟踪精度，建立动力学前馈控制系统流程如图3所示。给定3-RPS 并联平台末端运动平台在笛卡尔坐标系中的广义坐标 $q = [Z, \beta, \gamma]^T$ ，求出广义速度 $\dot{q} = [\dot{Z}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}]^T$ 和广义加速度 $\ddot{q} = [\ddot{Z}, \ddot{\beta}, \ddot{\gamma}]^T$ 。求出 M 、 C 、 G 和 τ ， τ 作为动力学前馈模型的输入，求解出 \ddot{q} ，对 \ddot{q} 做一次积分的到 \dot{q} ；积分得到的 \dot{q} 作为输入代入到动力学前馈系统；对 \dot{q} 做两次积分得到 q ， q 经过PID反馈给初始输出，同时作为输出代入3-RPS 并联平台的运动学逆解模型中，求解得到3-

RPS并联平台各个支链的运动轨迹。

4 动力学前馈控制算法仿真实验

根据图3动力学前馈控制系统流程图，可以在Matlab/Simulink中建立动力学前馈控制仿真系统，通过Simulink进行动力学前馈控制算法仿真实验。

表 1: 各构件几何和质量参数

序号	参数名称	数值
1	定平台质量 m_1 (Kg)	26.447
2	动平台质量 m_2 (Kg)	19.575
3	定平台半径 R_1 (mm)	225
4	动平台半径 R_2 (mm)	170
5	定、动平台弧度 thk (mm)	12
6	运动支链缸筒半径 R_d (mm)	32
7	运动支链缸筒长度 L_d (mm)	326
8	运动支链推杆半径 R_u (mm)	20
9	运动支链推杆最小长度 L_u (mm)	439.28
10	重力加速度 g (Kg/m ²)	9.81

建立图4所示动力学前馈+PID反馈Simulink仿真系统，其中3-RPS并联平台各构件几何和质量参数见表1。

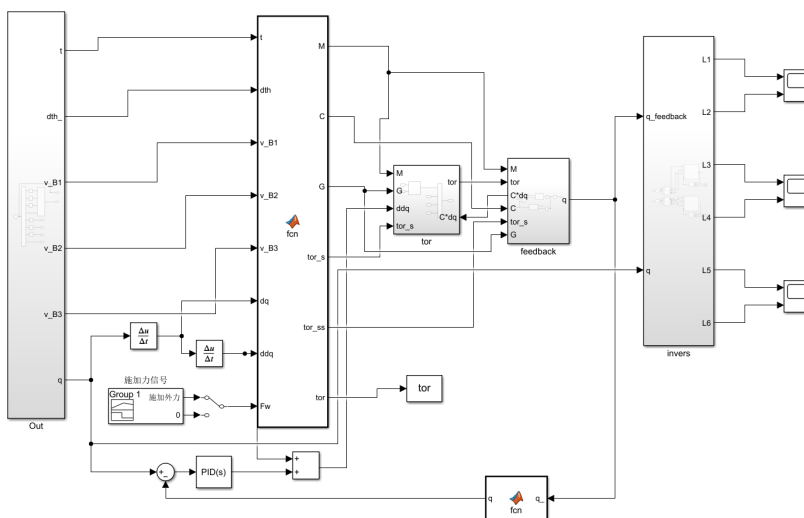


图 4: 动力学前馈+PID反馈Simulink仿真系统

仿真时，设置仿真时间 $t = 2\pi s$ ，采样时间 $T = 0.005s$ 。设定3-RPS运动平台期望位姿 $q = [Z, \beta, \gamma]^T$ ， $Z = 0.03t$ ， $\beta = \frac{\pi}{18} \sin \frac{1}{2}t$ ， $\gamma = \frac{\pi}{18} \sin t$ 。仿真分析动力学前馈控制算法和动力学前馈+PID反馈控制算法的轨迹跟踪效果，得到轨迹跟踪误差图像如图5所示。

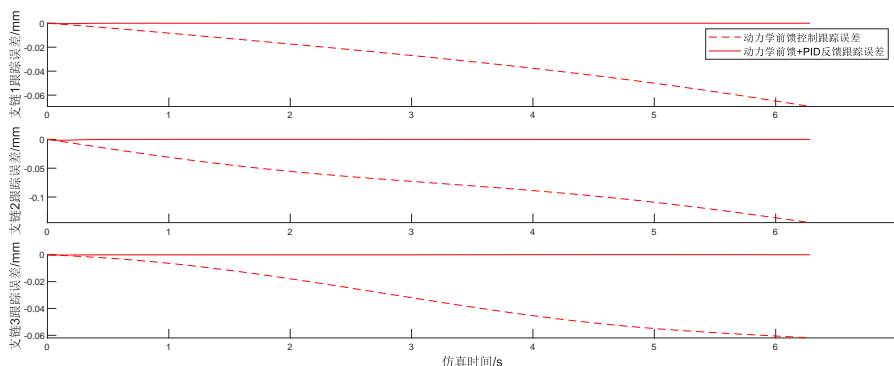


图 5: 运动支链轨迹跟踪误差

在同样仿真轨迹参数下，当仿真时间 $t = 2s$ 时施加一沿Z轴正方向的外力10N，仿真时间 $t = 3s$ 时撤去外力作用，仿真分析动力学前馈控制算法和动力学前馈，得到轨迹跟踪误差图像如图6所示。

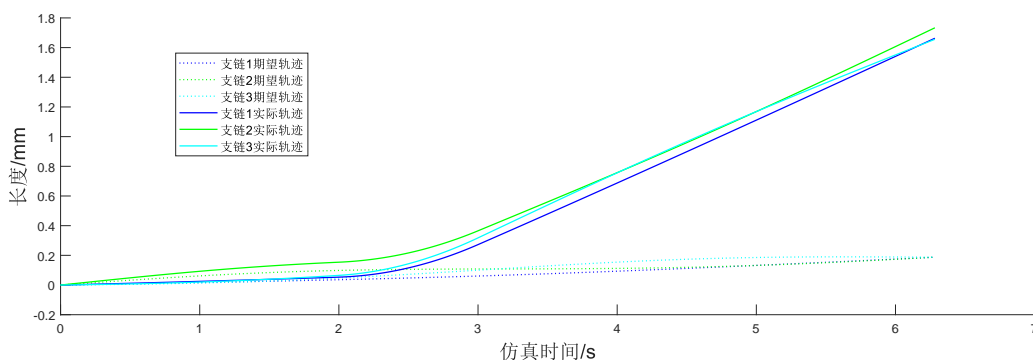


图 6: 动力学前馈控制轨迹跟踪曲线

由图6可以看出，在没有外力作用时，3-RPS仿真平台会沿着期望设定的轨迹运动；在 $t = 2s$ 时受到外力作用时，末端运动平台顺应外力方向移动；在 $t = 3s$ 时撤掉外力，末端运动平台没有达到轨迹跟踪的效果，累积误差逐步增大，与期望轨迹相差很远。由此可以得到结论，仅仅依靠动力学前馈能达到柔顺控制效果，但是轨迹跟踪误差很大。

仿真分析动力学前馈+PID反馈控制算法的柔顺控制效果和轨迹跟踪效果，得到轨迹跟踪误差图像如图7所示。

由图7可以看出，在没有外力作用时，3-RPS仿真平台会沿着期望设定的轨迹运动，在施加外力后，3-RPS末端运动平台沿施加外力的方向运动，实际轨迹偏离期望轨迹曲线，偏离程度

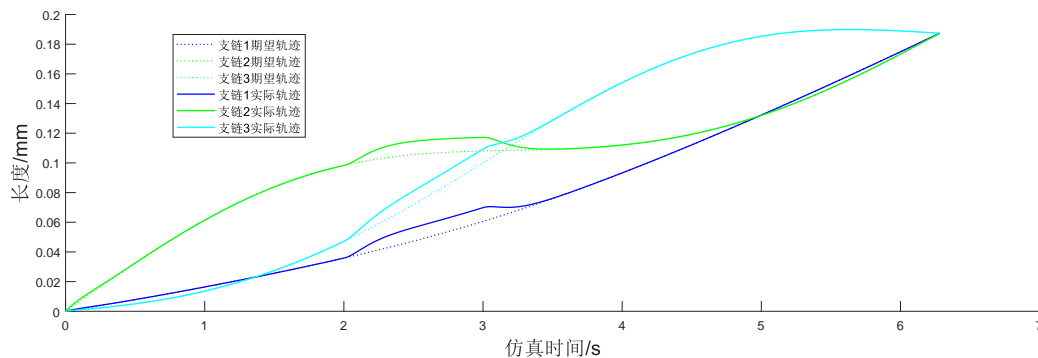


图 7: 动力学前馈控制+PID反馈轨迹跟踪曲线

与施加外力大小有关。当撤去外力后，末端运动平台会逐渐恢复到期望设定的轨迹继续运动。根据图6和图7的结果，得到支链1的轨迹跟踪误差曲线如图8所示。

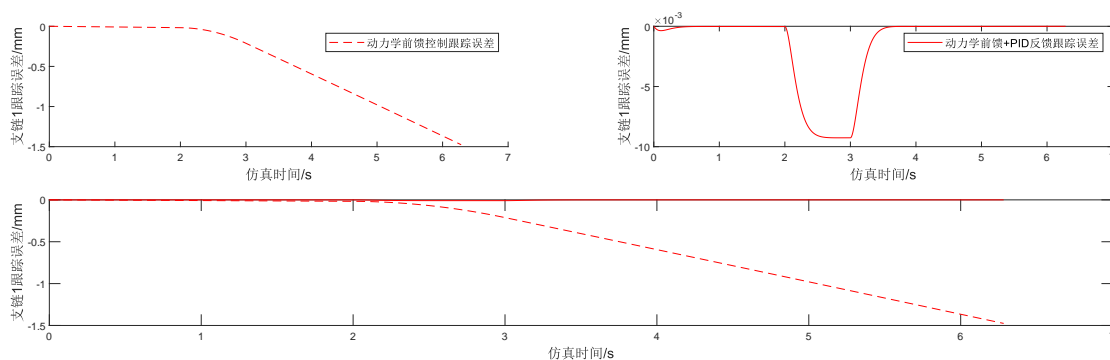


图 8: 运动支链轨迹跟踪误差

由图8结果可知，在加入PID反馈控制后，系统的响应速度和轨迹跟踪精度都有提升，尤其是轨迹跟踪精度，得到了大幅度提升。

当末端运动平台静止时，同样在仿真时间 $t = 2s$ 时施加一从 X 轴正方向看绕 X 轴顺时针的外力 $M_x = 10N \cdot m$ ，仿真时间 $t = 3s$ 时撤去外力作用，得到运动支链的轨迹跟踪曲线如图9。

观察图9，可以看出末端运动平台在静止时，在没有收到外力作用时，期望轨迹与实际轨迹重合；在受到外力作用时会顺着外力作用方向移动/转动，当撤去外力作用时，运动平台又恢复到原点。

仿真结果表明，设计的基于动力学前馈柔顺控制算法是正确的，能够实现运动平台在受到外力/力矩作用时柔顺效果和轨迹跟踪精度。在加入PID反馈后，系统的响应速度和轨迹跟踪精度得到大幅度提升。根据实验结果可以看出在柔顺阶段，运动平台可以快速响应，顺应力方向移动；在恢复阶段，可以快速恢复到期望状态。

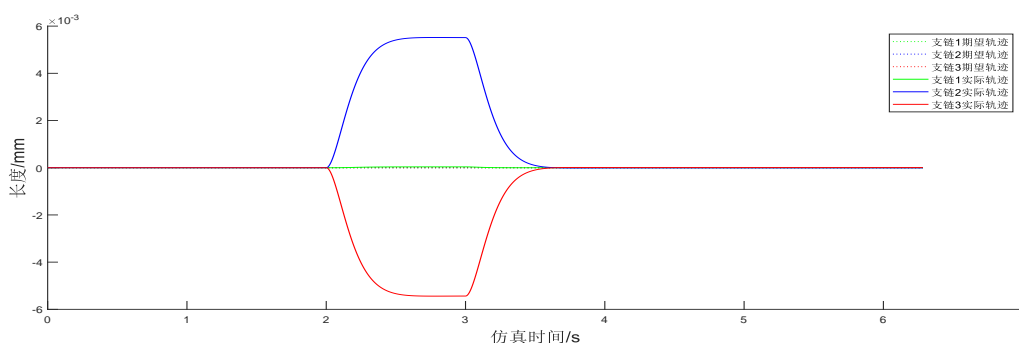


图 9: 运动支链轨迹跟踪曲线

5 结论

本文针对3-RPS并联机构的柔顺控制问题,设计了一种基于动力学前馈的柔顺控制策略。分析了3-RPS并联机构的逆运动学模型和逆动力学模型,并通过Simulink搭建仿真系统,验证柔顺控制算法的可行性,仿真实验结果表明,针对3-RPS并联机构设计的基于动力学前馈的柔顺控制算法在加入PID反馈后,能够达到良好的柔顺控制效果和轨迹跟踪精度,能够实现稳定性好、响应速度快、跟踪精度高的控制效果。

参考文献 (References)

- [1] Caccavale, Fabrizio and Pasquale Chiacchio. "Identification of dynamic parameters and feedforward control for a conventional industrial manipulator." *Control Engineering Practice* 2 (1994): 1039-1050.
- [2] 董恣, 张立建, 易旺民, 万毕乐, 孟少华, 胡瑞钦. 基于动力学前馈的空间机器人多销孔装配力柔顺控制[J]. *机械工程学报*, 2019, 55(4): 207-217
- [3] 杜玉红, 刘栋财, 董广宇. 基于广义坐标形式动力学的6-RUS并联机器人零力控制[J]. *机器人*, 2023, 45(3): 333-344.
- [4] Mu Z, Liu T, Xu W, Lou Y, Liang B. Dynamic feedforward control of spatial cable-driven hyper-redundant manipulators for on-orbit servicing. *Robotica*. 2019;37(1):18-38.
- [5] 李芳, 陈奇, 刘凯, 吴阳, 陈伊宁, 王明昕, 姚佳烽. 气动人工肌肉驱动的并联平台模糊PID控制[J]. *机器人*, 2021, 43(2): 140-147.
- [6] Liu Yanbin, Pang Xiangyuan, Zhang Yanbin, Guo Bingjing, Han Jianhai. Research on Active Training Compliance Control of Ankle Rehabilitation Robot[J]. *Journal of System Simulation*, 2020, 32(1): 54-60.

- [7] Jamwal P K, Hussain S, Ghayesh M H. Intrinsically compliant parallel robot for fractured femur reduction: Mechanism optimization and control[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2021, 141: 103787.
- [8] 刘辛军,吴超,汪劲松等.[PP]S类并联机器人机构姿态描述方法[J].机械工程学报,2008,(10):19-23.
- [9] 李新友,陈五一,韩先国.基于Kane方程的3UPS/S并联机构动力学研究[J].机床与液压,2011(013):039.
- [10] 王林军,吕耀平,罗彬等.三自由度并联机器人刚柔耦合动力学建模[J].中国农机化学报,2016,37(09):208-212.