

万有引力的潮汐效应所导致的宇宙学红移及 宇宙加速膨胀表象

李志平¹, 李然²

¹ 独立研究员

² 多伦多大学科学与艺术学院, 加拿大

摘要: 本文提出了宇宙学红移机制的另一个替代理论, 证明星系的潮汐引力也能够造成一种与距离成正比的哈勃红移效应, 其结果与原子在星系引力势中的相对惯性变化所导致的光谱线红移等同, 二者都是星系引力的静态作用, 与运动效应的多普勒机制无关, 两种理论给出了结果一致的红移方程。本文还在理论上推导出哈勃常数, 使其可在普通的理论框架下来讨论, 因此哈勃常数有了新的定义, 而且物理意义清晰明确, 于是我们可以通过哈勃常数来确定银河系自转曲线的拐点位置并计算出银河系质量。

关键词: 暗能量, 宇宙学红移, 哈勃常数, 等效原理, 潮汐力

中图分类号: P159

On the cosmological redshift and the illusion of accelerating expansion of the universe caused by gravitational tidal forces

Zhiping Li¹, Ran Li²

¹ Independent Researcher

² Faculty of Arts and Science, University of Toronto, Ontario, Canada M5S 1A1

Abstract: This paper provides an alternative mechanism of cosmological redshift proportional to the distance, in which the Hubble's redshifts can also be explained as gravitational tidal effect of galaxies' gravity. We equate this tidal redshift with the atomic spectrum redshift that arises from the running inertia matched with the galactic gravitational potential field, both are the static behaviors of universal gravitation, and nothing to do with Doppler shift, the end results are redshift equations that work in essentially the same way. The paper also provides a solution to derive the Hubble constant in the general theoretical framework, by this way the Hubble constant could be made a new definition according to the clear physical meanings, therefore the Hubble constant can be used to determine the position of inflection point in the galactic rotation curves and the galaxies' mass.

基金项目:

作者简介: 李志平 (1956-), 男, 主要研究方向: 天体物理学与理论物理学, 电子邮箱: zhiping_lee@hotmail.com. 李然 (1985-), 女, 主要研究方向: 理论物理学与生物化学, 电子邮箱: rr.li@mail.utoronto.ca

Key words: Dark energy, Cosmological redshift, Hubble constant, Equivalence principle, Tidal force

0 引言

在遥远星系光谱中观察到的红移现象^[1-5]通常被解释为径向多普勒效应所导致，红移量被定义为

$$z = \frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}, \quad (1)$$

称作宇宙学红移，其中， v 是远方星系相对于地球上观察者的退行速度， c 为光速； λ_0 为远方星系中原子辐射的原始波长，该波长应与地球上观察者的实验室波长一致； λ 为地球上观察者观测到的远距离星系光谱线的波长。天文观测结果表明，在大尺度上所有远方星系的光谱都存在这种红移现象，无一例外，而且退行速度与它们离开我们的距离成正比，其规律符合哈勃的经验定律，即

$$v = H_0 r, \quad (2)$$

上式中的 r 为远方星系相对于地面观察者的距离； H_0 为哈勃常数。将(2)式代入(1)式可得

$$z = \frac{H_0}{c} r, \quad (3)$$

于是，红移和距离之间呈线性关系，如图1中的直线所示。

如果径向退行机制是这种红移现象仅有的解释^[6-8]，则必然会有宇宙在膨胀的推论，这在主流的数学观念上被定义为空间的度规膨胀。奇怪的是，根据哈勃定律，红移应该始终是线性的，即图1中的直线关系，然而，自一九九八年始，通过对高红移Ia型超新星的观测，发现这些超新星的红移与距离之间偏离了线性关系，这意味着宇宙膨胀速率不是恒定的，而是在不停地加速^[9-14]。图1中的数据点是根据42颗高红移Ia型超新星观测数据^[9]计算的红移距离与光度距离对比（算法见前文^[15, 16]），结果明显偏离哈勃定律的线性关系，其规律恰好符合宇宙膨胀加速的观点。目前的困难是不清楚到底是一种什么样的机制在推动宇宙膨胀。本文作者曾经提出一种基于德布罗意物质波理论的稳恒态宇宙学红移机制^[15, 16]，证明径向退行的多普勒效应不是哈勃红移现象的真实原因，并且推导出了新的红移公式，即

$$z = \ln\left(1 + \frac{H_0}{c} r\right), \quad (4)$$

其中， r 为简单地使用欧几里得坐标来定义的两个天体之间的距离，这相当于用一根刚性的量杆即可测量远距离的两个星系，测量得到的两个星系之间的固有距离(proper distance)可简化为单纯概念的欧几里得坐标距离，这已经由前文^[15]所证明。

公式(4)所描述的红移—距离关系为哈勃图1增加了一条新的红色曲线，其规律显然与观测数据相一致，而且，在低红移所对应距离上，有 $\frac{H_0}{c} \cdot r \ll 1$ ，公式(4)将回到公式(3)，即回到线

性的哈勃关系，这是由于在数学上当 $x \ll 1$ 时，有 $e^x \cong 1 + x$ 以及 $\ln e^x = x$ ，所以方程式(4)在近距离(红移量较低)尺度范围可演化为

$$z = \ln\left(1 + \frac{H_0}{c} r\right) \cong \ln e^{\frac{H_0}{c} r} = \frac{H_0}{c} r; \quad (5)$$

显见，这样的非多普勒红移纯粹就是一种引力场的静态效应，宇宙正在膨胀或加速膨胀完全是一种假象，并不需要假定暗能量这样的反引力机制作为动因。

技术上，公式(4)是一柄十分好用的量天尺，可以使得天体距离的测量变得简单且可靠，而不必区分天体的性质和受限于哈勃距离的界定。这不仅为确定高红移Ia型超新星的距离提供了光度距离法以外的第二种测量手段^[16]，而且对于确定高红移星系和类星体的距离具有特别的意义，因为此前这些天体的实际距离无法被确认。

当然，相同的结果还可以通过别的途径得到。本文将证明，哈勃所发现的宇宙学红移现象还可以通过引力的潮汐作用机制来解释，星系引力场在大尺度上的相对加速效应可以产生与公式(4)等同的红移，并且还会给出一些始料未及的结果。

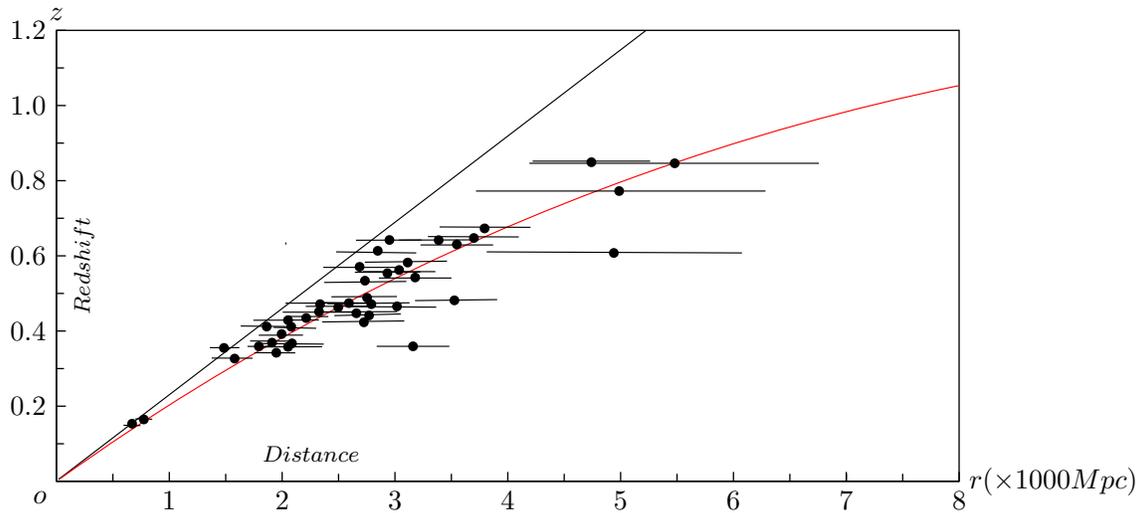


图 1: 根据42颗高红移Ia型超新星观测数据计算的红移距离与光度距离对比^[15, 16]。红色曲线为根据方程(4)确定的红移量与距离之间的关系；直线为哈勃定律(3)描述的红移—距离关系。

1 星系的非均匀引力场与等效原理的破坏

本章首先引入一个与宇宙学红移现象密切相关的重要引理，通过这样一条引理，宇宙的表现膨胀现象与暗物质问题相关。

根据本文作者先前的研究结果^[17]，引力传播的光行差产生了附加的“加速”效应，使得牛顿运动微分方程的解有了本质上的改变，星系外缘天体的轨道因而由椭圆演化成对数螺线，如图2a所示。任何天体在这样的轨道上运行，其速度保持不变，与天体的轨道半径无关，因此导致了平坦的星系旋转曲线（见图2b）。

在图2(a)中, r_0 为临界半径, 星系的质量 M_0 主要集中于 $r \leq r_0$ 的星系内部区域, 随着径向距离 r 的增加, M_0 基本上增加不明显; 临界半径 r_0 是星系自转曲线上的转折点或称拐点, 如图2(b)所示。我们可以根据局域性等效原理, 在此临界半径处定义天体的惯性质量 m_I 与其引力质量 m_G 相等, 则角动量守恒定律要求下述等式成立

$$m_I v_c r = m_G v_c r_0, \quad (r \geq r_0), \tag{6}$$

而对数螺线轨道的奇特性质致使等式中的圆周速度 v_c 成为常数, 这样, 我们便可以得到星系引力场中运动天体的惯性质量随引力势 (这里表示为距离) “跑动” 的表达式

$$m_I = m_G \frac{r_0}{r}, \quad (r \geq r_0); \tag{7}$$

对银河系而言, 自转曲线的转折点小于太阳系轨道半径, 即 $r_0 < r_\odot \approx 8.29 \pm 0.16 \text{kpc} \approx 2.6 \times 10^{17} \text{km}$ ^[18]。

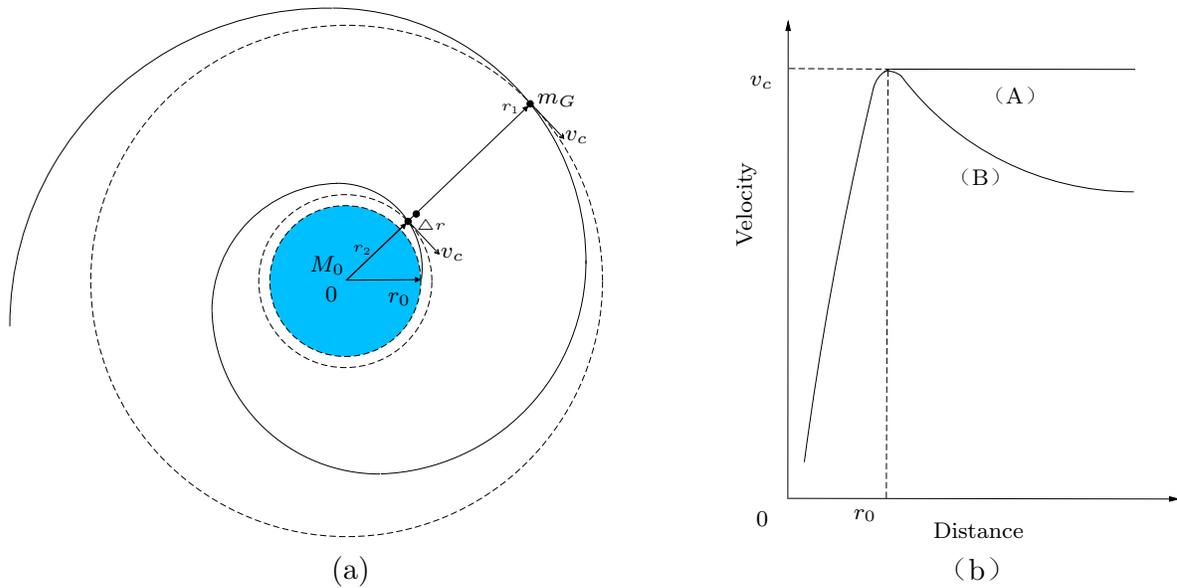


图 2: 星系外缘天体绕星系中心的运行轨道为对数螺线而非椭圆或正圆, 这使得星系外侧天体可以缓慢地由外向内运动, 并逐渐释放引力势能。(a): 沿对数螺线轨道运行的天体将保持恒速, 即 v_c 与轨道的矢径位置无关。(b): 以 r_0 为拐点的星系自转曲线, 其中 (A) 为相对论修正值; (B) 为牛顿经典理论预期的值。

方程式(7)表达了一个物体的惯性质量在星系引力场中变化的规律。虽然在引力场中的任何一个局部惯性系范围内, 等效原理要求物体的 $m_G = m_I$ 成立, 这是爱因斯坦广义相对论的物理基础, 但这两种质量在概念上是截然不同的。根据广义相对论的几何观念, 等效原理仅在

空间足够小的局部区域内才成立，在大尺度的宇宙距离上，为了保证角动量守恒，等效原理将被违反，引力场的非均匀性是破坏等效原理的原因，潮汐加速现象就是一种典型的表现。

方程式(7)是以星系中心为参考系的坐标原点，现在，我们取一个处于 r_0 位置的自由下落天体作为随动参考系的坐标原点，根据本文附录A（自由下落参考系中的引力与惯性）中给出的证明，我们有

$$m_I = \frac{m_G}{1 + \frac{H_0}{c} \cdot r}, \quad (8)$$

于是，在 r_0 位置上，有 $r = 0$ ， $m_I = m_G$ 。公式(8)中含有 H_0/c ，这不仅是为了与前文^[15]所设定的相一致，也为了明确哈勃常数 H_0 的真实物理意义并能够被推导出来，虽然迄今为止这个具有莫名其妙量纲的常数依然只能由观测来确定^[3]。

2 潮汐作用的相对“反引力”效应

由于星系引力场沿径向强弱的差别使得潮汐效应发生。一个处于星系外缘且引力质量为 m_G 的天体所受来自星系主要质量 M_0 的万有引力为

$$F = -G \frac{M_0 m_G}{r^2}, \quad (9)$$

其中， r 为该天体与星系中心的距离，负号表示力是吸引力，沿半径指向星系中心，其作用是趋向使 r 减小。

如果该天体处于不同的半径位置 r_2 或 $r_2 + \Delta r$ 处，且有 $\Delta r \ll r_2$ ，如图2(a)所示，则其引力差被定义为潮汐力（引潮力），即

$$\Delta F = -G \frac{M_0 m_G}{(r_2 + \Delta r)^2} - \left(-G \frac{M_0 m_G}{r_2^2}\right) \cong \frac{2GM_0 m_G \Delta r}{r_2^3}; \quad (10)$$

此式表明，以 r_2 处的观察者看来，处于其径向 $r_2 + \Delta r$ 处的天体正受到一个与距离 Δr 成正比的、反向于引力源的“反引力”作用，而二者之间并不存在任何物质或“反引力源”。虽然这种潮汐分离加速是引力场非均匀性的表现，是绝对的，但对处于星系中心的观察者看来，两处的天体都仅受到 M_0 的万有引力吸引，并没有某种“反引力”使其向外运动。

考察星系引力场中一个自由下落的参考点，一个附着于其上的随动坐标系以该点为原点，并且 z 轴平行于半径方向，这原点（瞬时地）位于距离星系中心 r 处，如图3(a)所示。在这样一个自由下落的局部坐标系中，引力场可以通过变换而被消除，但是潮汐加速度却无法被消除，因为这是一个非均匀场。在仅考虑引潮力的情形下，一个引力质量为 m_G 的自由下落粒子如果处于该参考系的 $(0, 0, \Delta r)$ 处，则可沿径向求公式(9)的增量并通过泰勒展开，于是潮汐力为

$$\Delta F \cong \frac{2GM_0 m_G}{r^3} \Delta r, \quad (11)$$

上述潮汐力的公式表明，如果有一个引力质量为 m_G 的粒子处于原点之上 Δr 处，则相对于这个随动的原点，该粒子似乎是受到一个正比于 Δr 的排斥力。由于引力的长程作用，一个星系引力的潮汐效应(11)可达宇宙深处以至于可观测宇宙的极限，我们预期这潮汐效应将导致一个如3(b)所示的相对潮汐加速度，具体可见下章的推导。

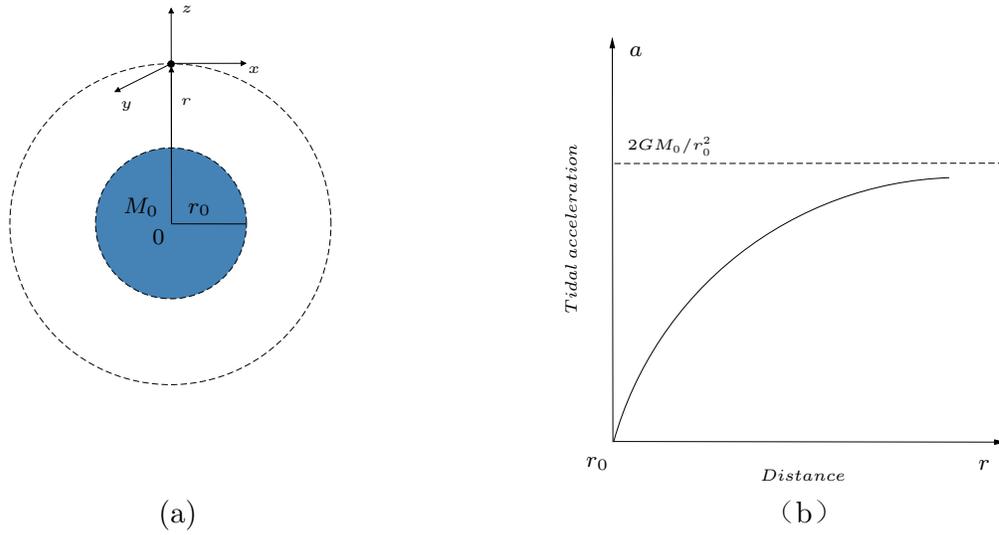


图 3: 星系引力的潮汐效应导致了相对分离的力和相对加速度 (a): 一个自由下落的参考系, 坐标系 x, y, z 附着于其上, 坐标原点瞬时地位于 $(0, 0, r)$ 处。 (b): 当 $r > r_0$ 时, 星系引力的潮汐效应所对应的相对潮汐加速度与距离的关系。

3 根据潮汐效应的相对加速度导出的宇宙学红移公式

本文作者在前文^[15, 17]中已经证明, 在一个孤立星系的引力场中, 当天体绕星系中心的轨道半径 $r \geq r_0$ 时, 该天体必沿平面等角螺线轨道运行, 而在三维欧几里得空间中, 平面等角螺线是锥面上等角圆锥螺线的投影或展开。在几何学中, 锥面是二维内禀空间的曲面在三维欧几里得空间的嵌入, 虽然外曲率非零, 但内禀曲率除顶点外处处为零, 是一种可展直纹曲面, 因此具有同平面一样的内在性质。这样一来, 对于距离远于 r_0 的区域, 空间不是高斯-黎曼的球面型, 而是非闭合的, 具备欧几里得性质的线性空间。于是, 我们可以简单地使用欧几里得坐标来定义两个天体之间的距离, 量杆是刚性的并且不需要时间关联。

那么, 在这样一个存在着引力的伪欧几里得空间中, 引力如何表现呢? 物理上, 根据局部性等效原理, 在星系引力场中自由下落的参考系中, 导致等角螺线轨道的牛顿引力及其一级修正项一并被“截断”消失了, 但牛顿引力的二级修正项使得牛顿引力公式演化为下述形式 (参见本文附录A中关于命题2的证明)

$$F = \frac{-GM_0m_G}{r_0^2(1 + \frac{H_0}{c}r)^2}, \quad (r \geq r_0); \tag{12}$$

这对应于公式 (8) 中的惯性定律。相应地, 潮汐力公式 (11) 则变换为

$$\Delta F = \frac{2GM_0m_G \cdot \Delta \frac{H_0}{c}r}{r_0^2(1 + \frac{H_0}{c}r)^3}, \quad (r \geq r_0); \tag{13}$$

结合牛顿的运动定律与公式(8), 可得位矢 r 处 Δr 距离的潮汐加速度为

$$\Delta a = \frac{2GM_0 m_G \cdot \Delta \frac{H_0}{c} r}{m_I r_0^2 (1 + \frac{H_0}{c} r)^3} = \frac{2GM_0 \cdot \Delta \frac{H_0}{c} r}{r_0^2 (1 + \frac{H_0}{c} r)^2}, \quad (r \geq r_0); \quad (14)$$

在星系外缘与 r_0 相距为 r 处, 星系的引力场所造成的相对于 r_0 的潮汐加速度为

$$a = \int_0^r \frac{2GM_0 \frac{H_0}{c}}{r_0^2 (1 + \frac{H_0}{c} r)^2} dr = \frac{2GM_0}{r_0^2} - \frac{2GM_0}{r_0^2 (1 + \frac{H_0}{c} r)}, \quad (r \geq r_0); \quad (15)$$

这加速度随距离增加并有一个极限值 $2GM_0/r_0^2$, 如图3(b)所示。而原点 r_0 处所具有的潮汐加速度为

$$a_0 = \frac{2GM_0}{r_0^2}, \quad (r = r_0), \quad (16)$$

因此相对潮汐加速度的净效应为

$$\sum a = a_0 - a = \frac{2GM_0}{r_0^2 (1 + \frac{H_0}{c} r)}, \quad (17)$$

这将导致一种红移现象, 使得我们可以对宇宙学红移的形成机制给出新解释。

如果在 r_0 处静止的观察者能够看到一个由处于 $r_0 + \Delta r$ 处的静止原子发射的光子, 由于该光子在相对潮汐力场中的运动是一个“向上落体”, 换言之, 该光子相当于在一个“反引力场”中自由下落, 这将使得其频率向红端移动。设发射时光子的能量为 $E_0 = h\nu_0$, 其中 h 是普朗克常数、 ν_0 为光子发出时的频率, 因此光子具有质量 (不是静质量) $h\nu_0/c^2$ 。光子在相对潮汐力场中“下落” Δr 距离后, 将因为减小能量 $(h\nu_0/c^2) \sum a \Delta r$ 而变得轻些, 于是到达 r_0 处时该光子所具有的能量为

$$E = h\nu_0 (1 - \frac{\sum a \Delta r}{c^2}) = h\nu_0 (1 - \frac{2GM_0}{c^2 r_0^2 (1 + \frac{H_0}{c} r)} \Delta r), \quad (18)$$

相应的频率为 $\nu = E/h$, 这样给出的结果是

$$\nu = \nu_0 (1 - \frac{\sum a \Delta r}{c^2}) = \nu_0 (1 - \frac{2GM_0}{c^2 r_0^2 (1 + \frac{H_0}{c} r)} \Delta r), \quad (19)$$

即

$$\Delta z = -\frac{\Delta \nu}{\nu_0} = -\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{2GM_0}{c^2 r_0^2 (1 + \frac{H_0}{c} r)} \Delta r, \quad (20)$$

这显然是一个红移。积分上式

$$z = \int_0^r \frac{2GM_0}{c^2 r_0^2 (1 + \frac{H_0}{c} r)} dr, \quad (21)$$

令

$$\frac{H_0}{c} = \frac{2GM_0}{c^2 r_0^2}, \quad (22)$$

最后的结果是

$$z = \ln(1 + \frac{2GM_0}{c^2 r_0^2} r) = \ln(1 + \frac{H_0}{c} r), \quad (23)$$

这与前文^[15]基于德布罗意物质波理论的红移公式(4)相同, 因此完成了本文附录A中关于命题2的证明。值得注意的是, 在以上的推导过程中, 我们默认, 在大尺度上宇宙中的光速始终为常数, 理由可参见本文附录A中的推论3。

根据哥白尼和爱因斯坦的宇宙学原理, 在大尺度上, 任何星系都可被认为是处于空间均匀和各向同性的宇宙之中, 因而任意两个星系之间可以被认为构成了一个相对孤立系统, 互相处于对方的引力场中。于是, 在位于其中一个星系的观察者眼中, 由另一个星系发出的光谱线的红移必然符合关系式(23), 但这红移现象却发源于一种引力场中的静态机制, 不是真正相互加速退行的运动所产生的多普勒频移, 更不是所谓时空膨胀的效应。

4 关于哈勃常数的讨论

哈勃常数 H_0 被定义为河外星系退行速度同距离的比值, 在相对论宇宙学中, 哈勃常数与宇宙标度因子 $R(t)$ 相关, 但等式(22)告诉我们, H_0/c 可以被视为测量宇宙的尺度因子, 而这尺度因子却是由观察者所在星系的引力场强所刻度的, 不是时间的函数。由等式(22)导出的哈勃常数为

$$H_0 = \frac{2GM_0}{cr_0^2}, \quad (24)$$

等式两端的物理量经由逻辑上独立的途径所获得, 前者是观测结果, 后者纯粹就是理论的产物, 而二者却具有相同的量纲, 因此绝不是一个巧合, 也不是对哈勃常数简单的重组。等式(24)的物理意义更耐人寻味, 我们自己所处星系的物质分布竟然可以决定来自几十亿光年远方光谱线颜色的变化, 这意味着哈勃红移和宇宙是否经历着膨胀无关, 反过来说, 我们则可以通过测量哈勃常数, 来推导出银河系大部分质量所在的区域半径, 然后再根据这半径, 推导出这些质量的大小。因为在临界半径 $r = r_0$ 处, 天体绕银心的圆周速度 v_c 由以下公式确定

$$m_I \frac{v_c^2}{r_0} = \frac{GM_0 m_G}{r_0^2}, \quad (25)$$

且当 $r = r_0$, 定义了 $m_I = m_G$, 因此有

$$v_c^2 = \frac{GM_0}{r_0}, \quad (26)$$

将式(26)代入式(24)即可得到

$$r_0 = \frac{2v_c^2}{cH_0}, \quad (27)$$

于是我们可以通过哈勃常数来确定银河系临界半径的位置。代入数值 $H_0 \approx (69.32 \pm 0.80) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ^[14]; 银河系外缘天体绕银心的轨道圆周速度^[18] $v_c \approx 239 \pm 5 \text{ km s}^{-1}$; 以及真空中光速值 $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$, 可预计银河系的临界半径大约为 $r_0 \approx 5.49 \text{ kpc} \approx 1.65 \times 10^{17} \text{ km}$, 再将此临界半径的数值代入公式(26), 由此确定的银河系总质量大约为 $M_0 \approx 1.41 \times 10^{41} \approx 7.05 \times 10^{10} M_\odot$, 其中 $M_\odot \approx 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$ 为太阳质量, 这与人们目前对银河系内部尺度及可观测质量(没有暗物质)的估计大致相符^[19]。

5 结论

本文再次证明，哈勃以来关于远距离天体谱线红移的退行多普勒机制不是宇宙学红移的正确解释，星系的相对潮汐加速度才是宇宙学红移真实的物理原因。

我们曾经对哈勃红移的原因给出过另外一种非多普勒机制的解释，即粒子在星系引力场中（与引力势相匹配的）惯性的相对变化导致了德布罗意波长的变化，其效果与退行多普勒机制等同，但却是引力的一种静态效应。本文的研究结果表明，无论是从星系的潮汐力的角度还是以惯性的相对变化来解释宇宙学红移，其间总有相互关联的物理机制，这就是爱因斯坦等效原理及其在大尺度上的偏离所导致的效应。爱因斯坦等效原理使得一个引力场中静止的参考系可以和一个没有引力场的加速参考系等效，但这仅存于足够小的局部域内，在大尺度的范围，引力场的非均匀本性必将等效原理破坏掉，因此导致了惯性的相对变化，这就是产生哈勃红移的基本物理原因。

过去人们一直以运动的概念来定义哈勃常数，这种观念来自于对哈勃红移的多普勒退行机制或者宇宙时空膨胀的假设。本文则通过对这种宇宙学红移的静态机制研究，给出了非运动效应红移的另一个解释：潮汐力导致的相对加速度作用。这是人们所熟悉的知识，无需涉及任何新的假说，从而使得哈勃常数有了全新的定义，而且物理意义明确。这一结果还附带有令人意外的发现，哈勃常数不是一个自然常数，也不是只能通过对银河系以外的大尺度宇宙观测才能确定的，而是可以经由我们自己银河系引力相关的参数将其推导出来，反之亦然。

现在，我们可以给出宇宙暗物质和暗能量问题的结语：迄今为止所观测到的这两类奇怪现象，全都是引力传播的有限速度所导致的结果，其中，引力光行差的一级效应使得暗物质现象产生；引力光行差的二级效应导致了观测到的宇宙学红移，这和宇宙膨胀的假设没有关系。

参考文献（References）

- [1] V. M. Slipher, The radial velocity of the Andromeda Nebula, Lowell Observatory Bulletin, vol. 1, pp.56-57, 1913.
- [2] E. A. Hubble, Relation Between Distance and Radial Velocity Among Extra-Galactic Nebulae. Proceedings of the National Academy of Sciences., 15 (3): 168-73, 1929.
- [3] C. L. Bennett, D. Larson, J. L. Weiland, et al., Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results., arXiv:[astro-ph.CO]/1212.5225, 2012. <http://arxiv.org/abs/1212.5225>.
- [4] P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, et al., Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results, arXiv:[astro-ph.CO]/1303.5062, 2013. <http://arxiv.org/abs/1303.5062>

- [5] W. Clavin, J. D. Harrington, Planck Mission Brings Universe Into Sharp Focus, NASA, 21 March 2013.
- [6] C. Wetterich, A Universe without expansion, arXiv:[astro-ph.CO]/1303.6878, 2013. <http://arxiv.org/abs/1303.6878>
- [7] C. Wetterich, Eternal Universe, arXiv:[gr-qc]/1404.0535, 2014. <http://arxiv.org/abs/1404.0535>
- [8] A. Mithani, A. Vilenkin, Did the universe have a beginning? arXiv:[hep-th]/1204.4658, 2012. <http://arxiv.org/abs/1204.4658>
- [9] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, et al., Measurements of Ω and Λ from 42 high redshift supernovae, *Astrophysical Journal* 517 (2): 565–86, 1999. arXiv:[astro-ph]/9812133. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/9812133>
- [10] A. G. Riess, L. G. Strolger, J. Tonry, et al., Type Ia Supernova Discoveries at $z > 1$ From the Hubble Space Telescope: Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution, *Astrophysical Journal*, 607, 665, 2004. arXiv:[astro-ph]/0402512. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0402512>
- [11] A. G. Riess, A. V. Filippenko, P. Challis, et al., (Supernova Search Team), Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant, *Astronomical J.* 116 (3): 1009–38, 1998. arXiv:[astro-ph]/9805201. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/9805201>
- [12] N. Benitez, A. G. Riess, P. E. Nugent, et al., The magnification of SN 1997ff, the farthest known Supernova, 2002. arXiv:[astro-ph]/0207097 <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0607646>.
- [13] D. C. Choudhury, Is cosmic expansion of the universe accelerating? arXiv:[astro-ph]/0607646, 2006. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0607646>.
- [14] C. L. Bennett, D. Larson, J. L. Weiland, et al., Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results., arXiv:[astro-ph.CO]/1212.5225, 2012. <http://arxiv.org/abs/1212.5225>.
- [15] 李志平, 李然, 暗能量问题解析: 引力场中的惯性红移导致的宇宙加速膨胀现象[EB/OL].北京: 中国科技论文在线[2015-07-14]. <http://www.paper.edu.cn/html/releasepaper/2015/07/132/>
- [16] 李志平, 李然, 高红移Ia型超新星天文距离的交叉确证, 中国科技论文在线:2014.09.18.<http://www.paper.edu.cn/releasepaper/content/201409-208>

- [17] 李志平, 李然, 相对论效应导致的宇宙暗物质现象[EB/OL]. 北京: 中国科技论文在线[2015-07-02]. <http://www.paper.edu.cn/html/releasepaper/2015/07/25/>
- [18] F. Nesti, P. Salucci, The Dark Matter Halo of the Milky Way, AD 2013, arXiv:[astro-ph]/1304.5127, 2013. <http://arxiv.org/abs/1304.5127>
- [19] P. R. Kafle, S. Sharma, G. F. Lewis, et al., On the Shoulders of Giants: Properties of the Stellar Halo and the Milky Way Mass Distribution, arXiv:[astro-ph.GA]/1408.1787, 2014. <https://arxiv.org/abs/1408.1787>
- [20] M. A. Clayton, J. W. Moffat. Dynamical Mechanism for Varying Light Velocity as a Solution to Cosmological Problems. Phys.Lett. 1999, B460: 263–270. arXiv:[astro-ph]/9812481, 1999. <https://arxiv.org/abs/astro-ph/9812481>

A 附录

自由下落参考系中的引力与惯性

对于一个在银河系引力场中自由下落的观察者而言, 感受不到来自于银河系中心的引力。此类的“失重”现象可以通过“等效原理”得到解释。

按照定义, 我们的自由下落观察者似乎全都处于惯性参考系中, 不过在严格意义上, 这样的惯性参考系只能是局部惯性系。根据等效原理, 引力可以让一切物体产生的加速度都相同, 但这是对于在引力场中处于同一个位置的物体而言, 引力可以导致不同位置的加速度完全不同, 因此自由落体运动无法把大范围内的引力消除。

然而, 迄今为止, 这仍然是一个尚未完成的课题。就原理而言, 问题的关键在于, 牛顿引力理论的瞬时超距作用疑难是众所周知的; 考虑到这一点, 通过考察引力传播的有限速度所导致的相对论光行差效应, 我们发现, 对于星系尺度以及宇宙中的更大范围, 局域性等效原理已经被破坏, 因此产生了观测到的宇宙“暗物质”现象。根据本文作者先前的研究结果^[17], 引力传播的光行差产生了附加的“增力”及“加速”效应, 这就需要对牛顿的引力方程作出相应的修正, 其中, 牛顿的万有引力公式被修正为

$$|F(r)| = \kappa G \frac{M_0 m_G}{r^2}, \quad (28)$$

式中, M_0 为银河系核心区域所包含的质量; m_G 为银河系外缘某天体的引力质量; r 为该天体与银河系质心之间的距离; G 为万有引力常数; κ 为引力光行差的相对论增力修正因子, 且有

$$\kappa = \left(\frac{1 + v_c/c}{\sqrt{1 - v_c^2/c^2}} \right)^2 = \frac{1 + v_c/c}{1 - v_c/c}, \quad (29)$$

其中, v_c 为银河系外缘天体绕银河系质心运动时的圆周速度; c 是真空中光速。展开后, 修正因子为

$$\kappa \cong 1 + \kappa' + \kappa'' = 1 + 2v_c/c + 2(v_c/c)^2, \quad (30)$$

其中, $\kappa' = 2v_c/c$ 为一级修正系数, $\kappa'' = 2(v_c/c)^2$ 为二级修正系数。对牛顿引力与运动方程的一级修正导致了下述的命题1 (定理1), 这已经由前文^[17]所证明。

命题 1. 在相对论性光行差微扰的一次逼近中, 牛顿引力及其一级增力使得星系外缘天体沿对数螺线轨道运行, 因此其速度会保持不变, 与天体的轨道半径无关, 结果导致了平坦的星系旋转曲线。相对论性附加引力的约束, 是星系或星系团能够保持稳定的充要条件, 不需要暗物质的概念来解释宇宙动力学。

这便是宇宙暗物质问题的解, 由此导出的下述推论也必然成立:

推论 1. 在大尺度的宇宙距离上, 等效原理将被违反, 物体的惯性质量与引力质量的等值性关联被切断。物体的惯性质量不仅仅是速度的函数 (根据狭义相对论), 亦是引力场的函数, 因为引力势的能量也将在惯性质量上有所表现。

平直的星系旋转曲线意味着, 星系外缘天体在可观察的范围内有着相同的圆周速度 v_c 以及恒定的、朝向银心的自由下落速度 v_n ^[17]。这对于星系内的观察者来说, 似乎本星系的引力不存在了, 因为这些天体全都在做着表观上的惯性运动。由于星系引力的长程性质, 远方天体无论距离多远和如何运动, 总会包含有这样的一个速度分量 v_c 和 v_n , 与其他远方星系甚至星系团的存在无关。于是, 我们又有如下推论:

推论 2. 在星系的引力场中, 物体惯性质量与引力质量之间的反比例函数律, 诱导出一个存在着引力的伪欧几里得空间, 这使得宇宙的空间形状具有欧几里得性质。因此, 宇宙在大尺度空间上是平坦、无弯曲而且是无限的。

这是一个看似荒唐的宇宙定律: 引力使空间成为非欧几里得的, 由于等效原理的破坏, 弯曲的空间反而恢复成平直。然而, 这是逻辑和观测的结果, 不是假设。宇宙的几何结构与其动力学性质密切相关, 不能仅通过局部微分几何而简单地外推。星系的相对论动力学使得宇宙在大尺度上与局部的几何形状不一致, 前者是可以展开成平面的、具备线性内在性质的锥面几何^[15], 后者却是不可展平的黎曼球面。虽然这两类空间都是弯曲的, 但性质却全然不同, 因此在观测星系或星系团规模的引力透镜效应时, 如果采用新的透镜公式^[17]便可以证明二者的区别。实际上, 对宇宙微波背景辐射的观测结果暗示宇宙的几何形状的确是平坦的^[14]。以上结果使得许多复杂而充满争议的问题变得非常简单, 例如, 关于宇宙中的光速是否可变的问题^[20], 我们就可以断言:

推论 3. 在大尺度的宇宙距离上, 既然空间是具有欧几里得性质的惯性空间, 则光速必然保持为常数。

对我们的问题而言, 光速不变也是一个重要的前提条件, 不然的话, 积分(21)式将变得十分困难。

下面转入自由下落的参考系。考察一个在银河系引力场中因自由下落而“失重”的观察者, 实际上, 我们都是这样的观察者。在这样的参考系中, 观察者自身将沿对数螺线轨道“自由下落”, 因而牛顿引力与其一级修正后的“增力”同时“消失了”, 或者说被“截断”了, 但其二级修正项将导致下述的命题2 (定理2):

命题 2. 在相对论性光行差微扰的二次逼近中, 对于在星系引力场中因自由下落而“失重”的观察者, 牛顿引力的二级增力带来的相对潮汐加速度将导致一种与距离成正比的宇宙学红移。

命题2的证明如下。考虑一个沿对数螺线轨道“自由下落”的物体, 其引力质量为 m_G , 惯性质量为 m_I , 它与银河系质心 M_0 之间牛顿引力的二级增力 F'' 为

$$F'' = -\kappa'' \frac{GM_0 m_G}{r^2} = -(2v_c^2/c^2) \frac{GM_0 m_G}{r^2}, \quad (31)$$

其中, r 为该物体与星系质心间的距离, 负号表示力是吸引力, 沿半径指向星系中心, 其作用同样是趋向使 r 减小。现在, 一个附着于其上的随动坐标系以该物体为原点, 并且 z 轴平行于半径方向, 这原点(瞬时地)位于距离星系质心 r 处, 如图3(a)所示。由于这个随动坐标系对银河质心参考系有加速度, 所以原则上应该是一个非惯性系, 这就需要一个方向相反的惯性力与之平衡, 即

$$m_I \frac{v_c^2}{r} = (2v_c^2/c^2) \frac{GM_0 m_G}{r^2}, \quad (32)$$

其中, v_c 是轨道的圆周速度, c 为光速。消去上式中的 v_c 并整理后, 我们得到一个惯性的表达式

$$m_I = \frac{2GM_0 m_G}{c^2 r}; \quad (33)$$

取 m_I 在 $r = r_0$ 处沿 z 轴方向的增量, 并将等式(7)代入, 于是增量的表达式可以写为

$$dm_I = -\frac{2GM_0 m_G}{c^2 r^2} dr = -\frac{2GM_0 m_I}{c^2 r_0^2} dr; \quad (34)$$

因此解得

$$m_I = m_G \cdot \exp\left(-\frac{2GM_0}{c^2 r_0^2} r\right) \cong \frac{m_G}{1 + \frac{2GM_0}{c^2 r_0^2} r}, \quad (35)$$

这是由于当 $x \ll 1$ 时, 有 $e^{-x} \cong \frac{1}{1+x}$ 。虽然上式是在一个小的局域范围内推导出的, 但是我们已明白, 银河系外部 $r \geq r_0$ 的宇宙是欧几里得的平坦空间, 因此该式在 $r \geq r_0$ 的半径以外具有整体意义, 其有效性可以延伸至无限远。由于在本文正文中, 我们有【见式(22)】

$$\frac{H_0}{c} = \frac{2GM_0}{c^2 r_0^2}, \quad (36)$$

于是有

$$m_I = \frac{m_G}{1 + \frac{H_0}{c} \cdot r}, \quad (37)$$

因此等式(8)得证。以上是自由下落参考系中物体惯性的相对变化规律。下面考察引力的情形。

在银河系质心参考系中, 上述物体与银河系质心 M_0 之间牛顿引力的二级增力为

$$F = -\kappa'' \frac{GM_0 m_G}{r^2} = -(2v_c^2/c^2) \frac{GM_0 m_G}{r^2} = -m_I a_n, \quad (38)$$

其中, a_n 为自由下落参考系中与该增力相平衡的附加加速度, 根据上式, 可得

$$a_n = (2v_c^2/c^2) \frac{GM_0 m_G}{m_I r^2}, \quad (r \geq r_0); \quad (39)$$

将等式(7)代入上式后可得

$$a_n = (2v_c^2/c^2) \frac{GM_0}{r_0 r}, \quad (r \geq r_0); \quad (40)$$

取 a_n 沿 z 轴方向的增量

$$da_n = -(2v_c^2/c^2) \frac{GM_0}{r_0 r^2} dr, \quad (r \geq r_0); \quad (41)$$

考虑到

$$v_c^2 = \frac{GM_0}{r_0}, \quad (r \geq r_0); \quad (42)$$

以及在 $r = r_0$ 处有

$$a_n = \frac{GM_0}{r^2}, \quad (r = r_0); \quad (43)$$

我们得到在自由下落参考系中加速度的增量公式

$$da_n = \frac{GM_0}{r^2} \left(-\frac{2GM_0}{c^2 r_0^2} dr\right) = a_n \left(-\frac{2GM_0}{c^2 r_0^2} dr\right), \quad (r \geq r_0); \quad (44)$$

于是解得

$$a_n = \frac{GM_0}{r_0^2} \exp\left(-\frac{2GM_0}{c^2 r_0^2} r\right) \cong \frac{GM_0}{r_0^2} \frac{1}{1 + \frac{2GM_0}{c^2 r_0^2} r} = \frac{GM_0}{r_0^2} \frac{1}{1 + \frac{H_0}{c} \cdot r}, \quad (r \geq r_0); \quad (45)$$

相对应的力为

$$F = -m_I a_n = -\frac{GM_0}{r_0^2} \frac{m_I}{1 + \frac{H_0}{c} \cdot r}, \quad (r \geq r_0); \quad (46)$$

结合关系式(37), 最后的结果是

$$F = \frac{-GM_0 m_G}{r_0^2 \left(1 + \frac{H_0}{c} \cdot r\right)^2}, \quad (r \geq r_0); \quad (47)$$

这样就证明了等式(12)。关于命题2其余部分的证明可见本文正文。